# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 10 FÉVRIER 1958.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL MONTEL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

BIOLOGIE DES MOUSTIQUES. — *Sur le « complexe » paléarctique du moustique commun* Culex pipiens *L. Les besoins de sang hivernaux et post-hivernaux du* C. disjunctus *Roub.* Note de MM. **Émile Roubaud** et **Jacques Colas-Belcour.**

Des précisions sont apportées sur les différentes entités spécifiques ou sub-spécifiques actuellement discernables dans le complexe paléarctique du *C. pipiens*, en particulier sur les manifestations hémophages du *C. disjunctus* récemment distingué.

Nous avons fait connaître precédemment qu'une quatrième entité biologique naturelle doit être ajoutée au complexe paléarctique du moustique commun *Culex pipiens*. Il s'agit du *Culex pipiens disjunctus* Roub. dont les principales particularités morphologiques et biologiques ont été exposées [1].

Ce pipiens sans diapause hivernale apparente s'intègre dans le faisceau morphologique de l'*autogène* et du *berbericus* européens, d'après la structure du processus dorsal du phallosome. L'organe, dans les trois formes en question, se présente comme un élément massif, cylindrique, dont l'extrémité est arrondie et non tronquée obliquement, ainsi qu'on l'observe chez le moustique rural commun *Culex pipiens pipiens* [2].

Le Culex autogène, le *Culex berbericus* du midi de la France et aussi le *Culex disjunctus* que ses caractères, tant morphologiques que biologiques, permettent de différencier nettement du moustique commun rural *pipiens pipiens*, constituent un ensemble naturel de moustiques, étroitement apparentés. Ils présentent tous trois un mode hibernal caractérisé dans son essence par la simple suspension conditionnelle du métabolisme et ne relevant pas d'une diapause spontanée prolongée, comme c'est le cas pour le moustique rural *pipiens pipiens*.

Ces trois formes sont différenciables principalement par leurs particularités biologiques. L'*autogenicus* est le seul pourvu du pouvoir auto-

gène. Il est aussi le seul qui soit doué de sténogamie vraie, c'est-à-dire apte à la fertilisation en espace réduit à quelques dizaines de centimètres cubes. Les deux autres formes sont anautogènes et eurygames, avec parfois tendance, chez le *berbericus*, à une sténogamie relative qui admet un espace nuptial de 1/10^e^ de mètre cube [3].

En ce qui concerne les aptitudes hémophages, les trois Culex sont tous les trois ornithophiles; mais ils peuvent aussi manifester des réactions plus ou moins marquées d'hémo-anthropophilie, ce qui les écarte foncièrement du *pipiens pipiens*. C'est le *berbericus* qui présente l'agressivité pour l'Homme la plus accentuée, parfois supérieure à l'ornithophilie; ensuite vient l'*autogenicus*, sous ses deux formes ponctuée ou non ponctuée. Le *disjunctus*, quoique attaquant également parfois dans les habitations, marque beaucoup plus faiblement son goût pour le sang humain [4].

Bien que ce dernier moustique ne présente pas, en période hivernale, une suspension caractérisée d'activité correspondant à une véritable diapause ovarienne, on peut reconnaître pourtant, chez les femelles appelées à passer l'hiver, lorsqu'elles sont placées à une température de 18-20° C ou davantage, un certain ralentissement dans l'exercice de leurs manifestations hémophages. En prenant pour test des canaris, dont le sang est très recherché par les femelles, on peut constater qu'au début de l'automne, même à température favorable, un faible nombre d'entre elles acceptent de se gorger de sang. Puis, peu à peu, au cours de la période froide leur nombre augmente et, vers la mi-janvier, à la température du laboratoire, les femelles hivernantes révèlent la plénitude de leur agressivité pour l'oiseau qui leur est offert.

Par exemple, le 20 octobre 1957 ont été éprouvées sur canaris, dans une cage de 1/10^e^ de mètre cube, 20 femelles provenant d'une capture effectuée, quelques jours auparavant, par l'un de nous, dans une cave de Normandie, gîte naturel du moustique. Aucune des femelles n'a accepté de se gorger de sang.

Cinq jours plus tard, un nouvel essai est pratiqué à température plus élevée (25° C). Une femelle se gorge sur l'oiseau. Le 17 décembre 1957, 20 femelles provenant d'une capture effectuée dans la même station, le 10 novembre, et maintenues à la température du laboratoire sont éprouvées comme précédemment sur un canari : 3 femelles sur 20 sont trouvées gorgées le lendemain. Le 14 janvier 1958 les 8 femelles du lot qui subsistent encore sont éprouvées à nouveau : elles révèlent, cette fois, une agressivité généralisée : toutes sont trouvées gorgées de sang, le lendemain 15 janvier.

Déjà, l'année précédente, une semblable expérience, effectuée le 21 janvier, avait permis de constater que 24 femelles sur 40 avaient pris du sang, au cours d'une seule nuit de contact avec le canari.

C'est donc vers la mi-janvier que commence à se révéler véritablement, parmi la population hivernale du *C. disjunctus* ramenée à la chaleur, l'avènement d'une aptitude hémophage nettement caractérisée; celle-ci est suivie normalement de l'exercice de la ponte quelques jours plus tard.

En comparant, dans les mêmes conditions, les réponses d'acceptation du sang et du dépôt des œufs chez les femelles de la première génération post-hivernale, descendantes directes des précédentes, on peut reconnaître que chez celles-ci, le rythme trophogonique est beaucoup plus accéléré : à la même température, ces femelles peuvent se gorger de sang moins d'une huitaine de jours après leur éclosion et parvenir à la ponte de six à dix fois plus vite que leurs parentes. Ainsi se manifeste l'existence chez les hibernantes, au début de la saison froide, d'une sorte de courte diapause indépendante de l'abaissement thermique et liée à un ralentissement métabolique spontané. La durée de cette asthénie d'hiver est infiniment plus courte, chez les femelles du *disjunctus*, que chez celles de l'ordinaire moustique rural *C. pipiens pipiens*, chez lesquelles on observe, en outre, une physogastrie particulière, due au développement abondant des réserves du corps adipeux.

Les femelles appelées à hiverner, chez le *disjunctus*, se montrent, au contraire, faiblement chargées de réserves hivernales; elles sont peu aptes, comme nous l'avons dit, à une conservation prolongée en période froide, où leur survie dépendra en grande partie d'une forte humidité extérieure. Il n'en existe pas moins qu'au cours de leur sub-diapause d'hiver les femelles de *disjunctus* subissent les effets ordinaires de la réactivation physiologique hivernale : ceux-ci seront traduits par la reprise d'un cycle trophogonique actif, chez leurs descendantes printanières.

(1) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 3001 et 3115.

(2) E. Roubaud et S. Ghelelovitch, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 7.

(3) E. Roubaud et S. Ghelelovitch, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2900.

(4) L'existence de plusieurs espèces de chauves-souris dans le gîte étudié du *disjunctus*, en Normandie, permet de penser aux rapports trophiques possibles des femelles avec ces mammifères. Le sens thermique « élément primordial de l'orientation des parasites des Homéothermes vers l'hôte » pourrait sans doute révéler son efficience également ici (*voir* P. Nicolle et P. Grenier, *Bull. Acad. Médecine*, 128, 1944, p. 461).

CANCÉROLOGIE. — *Le choix de l'histamine pour les substances cancérigènes observé* in vivo. Note de M. **Christian Champy** et Mlle **Simone Hatem**.

Après traitement des tissus par le benzopyrène, on observe une disparition locale de la réaction histochimique de l'histamine tandis qu'avec le pérylène, isomère non cancérigène du benzopyrène, on obtient la réaction normale. Les nerfs sont donc immédiatement lésés par les substances cancérigènes.

Du fait que l'histamine présente pour les substances cancérigènes une affinité réelle (1), (2), (3) qui ne se vérifie pas pour les isomères non cancérigènes de ces substances, le problème suivant se pose :

L'amine fait-elle, dans l'organisme et malgré la complexité du milieu vivants, le même choix ?

Dans une Note à la Biologie (4), nous avons montré que la réaction de l'histamine par le nitrite mercureux (5) est rendue négative dans les régions où l'on injecte le benzopyrène dans les tissus. Pour localiser et reconnaître sur les coupes les points touchés par l'injection, l'émulsion de benzopyrène était additionnée de traces de poudre de carmin. Nous avons laissé la substance agir pendant 24 h et nous avons vérifié le caractère négatif de la réaction de l'histamine dans la région des glandes salivaires des muscles et du tractus intestinal, etc. de l'Escargot. Par contre, les terminaisons adrénalinergiques demeuraient décelables par la méthode à l'osmium-iodure (6), (7).

Il restait fort intéressant et non moins essentiel de comparer au benzopyrène un isomère non cancérigène ayant les mêmes caractères de solubilité.

En effet, il n'était pas exclu que l'irritation par un corps pulvérulent, très peu soluble, ne suffise à provoquer l'altération des terminaisons nerveuses qui se révèlent particulièrement fragiles. De plus, un autre carbure polybenzénique pouvait peut-être atteindre et engager l'histamine à travers les multiples échanges protéiniques du protoplasme. Aussi, le pérylène, isomère non cancérigène du benzopyrène, a-t-il été choisi comme témoin. Le pérylène est très actif chimiquement et son aptitude à former des complexes est réelle. L'expérience a donc été reprise, mais sur la glande sous-maxillaire de rats et de souris, glande facile à atteindre et riche en terminaisons nerveuses.

La façon de procéder est simple : une face de la sous-maxillaire est découverte, la capsule, une fois ouverte, la glande est saupoudrée ou bien de pérylène ou bien de benzopyrène, puis la plaie est recousue.

Nous avons laissé la substance agir pendant 36 h au lieu de 24 cette fois-ci.

L'animal, une fois tué, la face de la glande traitée est fixée :

1° dans le réactif au nitrite mercureux-acide osmique (réactif de l'histamine);

2° dans le réactif à l'osmium-iodure (réactif de l'adrénaline).

On relève les observations suivantes :

1° *Réactif de l'histamine.* — Les glandes traitées par le pérylène donnent les mêmes réactions que les glandes saines. Les terminaisons sont colorées à partir de la surface de la glande, sans altération aucune, et dans une épaisseur de sept à huit couches d'acini, qui est celle où se fait norma-

lement la coloration (*fig.* 1). Dans la région traitée par le benzopyrène, les terminaisons décelables par le réactif ont pratiquement disparu.

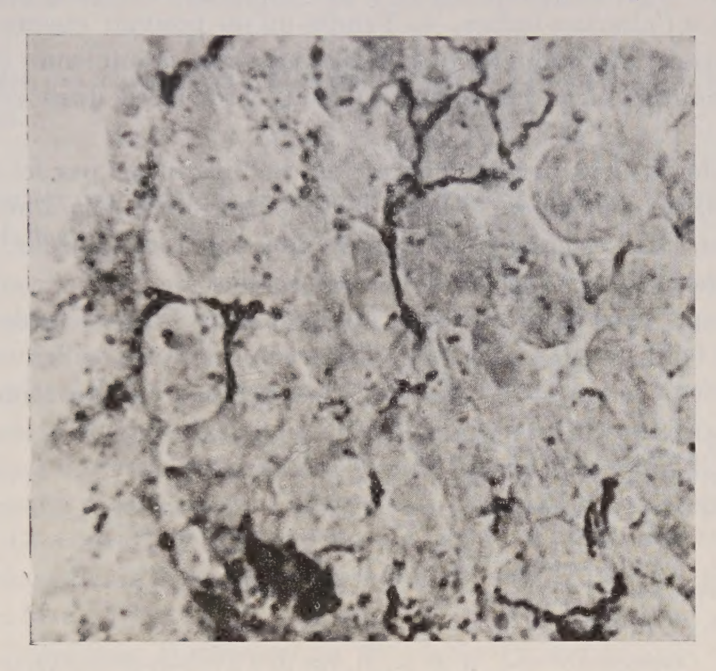


Fig. 1. — Sous-maxillaire de Rat : Surface saupoudrée de pérylène, 3 jours de contact. Fixation nitrite mercureux-acide osmique, réseau sympathique conservé, en noir.

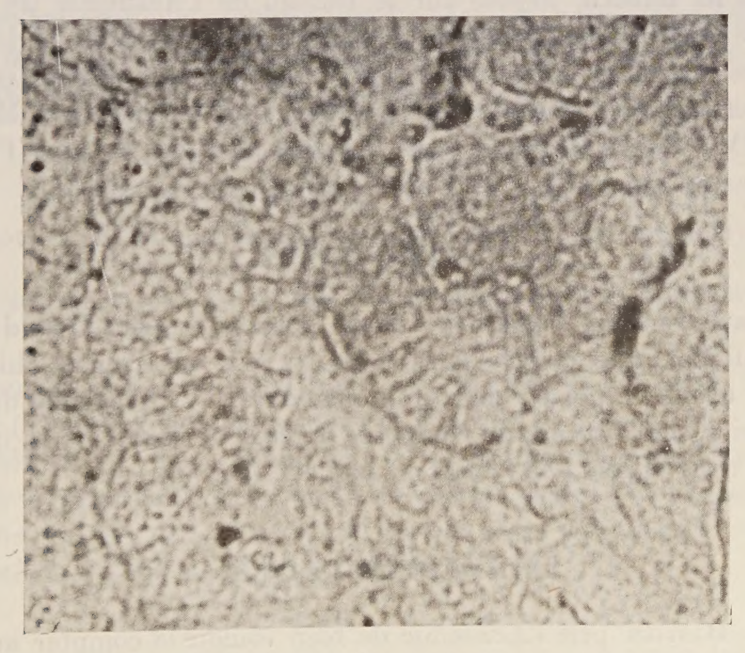


Fig. 2. — Sous-maxillaire de Rat : Surface saupoudrée au benzopyrène, 3 jours de contact. Fixation au nitrite-mercureux-acide osmique. Il ne reste que quelques vagues fragments nerveux qui donnent la réaction.

Il en apparaît quelques rares; débris des tronçons les plus épais, elles indiquent que la coloration avait parfaitement réussi (*fig.* 2).

2° *Réactif à l'osmium-iodure.* — Tandis qu'on pouvait encore distinguer les terminaisons adrénalinergiques dans l'expérience ancienne ([4]), la réaction s'est montrée négative après un contact de 36 h dans ces premiers essais.

Ceci semblerait indiquer que la fixation de l'histamine par les substances cancérigènes, en perturbant l'équilibre des neurones, entraîne, après un certain délai, une altération plus profonde des terminaisons nerveuses. Des expériences sont entreprises pour le vérifier.

Si le temps nécessaire à cette altération est considérablement plus court que le temps nécessaire à la prolifération cellulaire, celle-ci se présente vraisemblablement comme un phénomène secondaire à l'altération des nerfs.

(1) S. Hatem, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 2113.
(2) S. Hatem, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 3191.
(3) S. Hatem, *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 1850.
(4) C. Champy et S. Hatem, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 22 juin 1957.
(5) S. Hatem, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 2354.
(6) C. Champy, *Journal de l'Anatomie*, n° 4, 1913.
(7) S. Hatem, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **172**, 1957.

(*Laboratoire du C. N. R. S.*, 21, *rue de l'École-de-Médecine, Paris*, 6e.)

M. **Louis de Broglie** dépose sur le Bureau de l'Académie un Ouvrage intitulé : *La Spectroscopie en radiofréquences*, Réunions d'études et de mises au point tenues sous sa présidence, par MM. Alfred Kastler, Pierre Grivet, Jean Brossel, Edmond Arnous, Jean-Claude Pebay Peyroula, Maurice Lévy, Mlle Ginette Berthet, MM. François Lurçat, René Freymann, Adriano Gozzini. Préface de Anatole Abragam.

## COMMISSIONS.

Le montant du **Prix fondé par l'État** (alternativement Grand prix des sciences mathématiques et physiques et Grand prix des sciences chimiques et naturelles), ayant été porté à deux millions de francs, l'Académie décide que la Commission sera dorénavant composée de ceux de ses membres qui appartiennent ou ressortissent à la Division à laquelle revient le prix.

## CORRESPONDANCE.

M. **Paul Bastien** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des applications de la science à l'industrie, par la mort de M. *Robert Esnault-Pelterie*.

L'Académie est informée du **II<sup>e</sup> Congrès international de Cybernétique** qui se tiendra à Namur (Belgique) du 3 au 10 septembre 1958.

L'**Académie des sciences de l'Ukraine**, à Kiev, adresse une collection de ses publications.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Frottement et échanges thermiques dans les gaz raréfiés*, par F. Marcel Devienne. Préface de M. Edmond Brun;

2° Claude Berge. *Théorie générale des jeux à* n *personnes*, in *Mémorial des sciences mathématiques*, fascicule CXXXVIII;

3° Congrès géologique international. Commission de Stratigraphie. *Lexique stratigraphique international*. Volume V. *Amérique Latine* (sous la direction de R. Hoffstetter). Fascicule 7 : *Chile-Chili*, par Robert Hoffstetter, Humberto Fuenzalida, Giovanni Cecioni (avec deux cartes);

4° Encyclopédie de la Pléiade. *Histoire de la Science*. Volume publié sous la direction de Maurice Daumas;

5° *Ciba Foundation Symposium on the chemistry and biology of mucopolysaccharides;*

6° J. E. Hooper and M. Scharff. *The cosmic radiation*;

7° Office national interprofessionnel des céréales. Service technique. *Contribution à l'étude de la conservation des grains*, par MM. Jean-Marius Gatheron, André Lynen, Henri Nuret et Pierre Schribaux.

## ENSEMBLES ORDONNÉS. — *Sur la fonction de Möbius.*

Note de M. **Mihail Benado**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Propriétés de la fonction de Möbius dans les hiérarchies distributives et les hiérarchies de Möbius.

Pour tout ce qui a trait aux notations, je renvoie le lecteur à ma Note antérieure [1] ainsi qu'à mes travaux [2], [3].

1. Définitions. — 1.1. *Définition.* — Je dirai qu'une multistructure [3] $\mathfrak{M}$ possède la propriété *d'interpolation cartésienne*, lorsque, pour *chaque* paire $a$, $b \in \mathfrak{M}$ telle que $a \vee b \neq \emptyset \neq a \wedge b$, *chaque* $d \in a \vee b$, *chaque* $m \in a \wedge b$ et *chaque* système d'éléments $a_1$, $b_1$, $a'$, $b' \in \mathfrak{M}$ *tel que*

$$a_1 \in d/a, \quad b_1 \in d/b, \quad a' \in a/m, \quad b' \in b/m,$$
$$a_1 \in (a \vee b')_d, \quad b_1 \in (a' \vee b)_d, \quad a' \in (a \wedge b_1)_m, \quad b' \in (a_1 \wedge b)_m,$$

il y a un $x \in \mathfrak{M}$ tel que $x \in (a_1/b') \cap (b_1/a')$.

1.2. *Définition.* — Je dirai qu'une hiérarchie (¹) est *distributive* lorsqu'en tant que multistructure (³), (¹) elle est distributive (³) (§ 6).

1.3. *Définition.* — J'appelle *cartésien* tout ensemble partiellement ordonné $\mathfrak{P}$ tel que la propriété suivante soit en puissance : Pour *chaque* quadrilatère (²) $(u, v; a, b)$ de $\mathfrak{P}$ il existe (au moins) un sous-quadrilatère (²) $(d, m; a, b)$ tel qu'on ait les *isomorphismes* [au sens de l'ordre partiel (⁴)] suivants : $(d/a( \times (d/b) \leftrightarrows d/m \leftrightarrows (a/m) \times (b/m)$. (Ici $\times$ signifie, comme à l'ordinaire, le produit cartésien).

Par multistructure *cartésienne* j'entends une multistructure telle que l'ensemble partiellement ordonné formé par ses éléments soit cartésien. Par exemple les *structures* distributives (⁴) sont toujours cartésiennes; *voir* plus loin, 2.3.2.

1.4. *Définition.* — J'appelle *hiérarchie de Möbius* toute hiérarchie (¹) $\mathfrak{P}$ à premier élément O (¹) telle que la fonction de Mobius $\mu$ qui s'y rattache, possède la propriété suivante : Pour *chaque* couple $a, b \in \mathfrak{P}$ tel que $a \vee b \neq \emptyset$, *chaque* $d \in a \vee b$ et *chaque* $m \in a \wedge b$, *on a* $\mu(a)\,\mu(b) = \mu(d)\,\mu(m)$.

Par exemple, les « Sternverbände » de M. Fritz Klein (⁵) sont toujours des hiérarchies de Möbius. Il en est de même des hiérarchies à premier élément, que j'ai appelées *élémentaires*, caractérisées par la propriété d'avoir *un seul* atome (⁴).

2. Principaux résultats. — 2.1 Théorème. — *Toute multistructure distributive* (³) *possède la propriété d'interpolation cartésienne.*

2.2 Théorème. — *Soit* $\mathfrak{M}$ *une multistructure distributive et soient* $a, b \in \mathfrak{M}$ *tels que* $a \vee b \neq \emptyset \neq a \wedge b$, *puis* $d \in a \vee b$, $m \in a \wedge b$ *et enfin* $a_1 \in d/a$, $b_1 \in d/b$, $a' \in a/m$, $b' \in b/m$. *Alors, les (sous) ensembles* $(a_1 \wedge b_1)_m$ *et* $(a' \vee b')_d$ *ont chacun un seul élément.*

2.3. Théorème. — *Une multistructure* (³) $\mathfrak{M}$ *est distributive* (³) *si et seulement la condition* (DM) *ci-après y est vérifiée :*

(DM) *Pour chaque couple* $a, b \in \mathfrak{M}$ *tel que* $a \vee b \neq \emptyset \neq a \wedge b$, *chaque* $d \in a \vee b$, *chaque* $m \in a \wedge b$ *et* $x \in d/m$, *il y ait un* $a' \in a/m$ *et un* $b' \in b/m$ *tels que* $x \in (a' \vee b')_d$.

2.3.1. *Remarque.* — Au cas où $\mathfrak{M}$ est une *structure* (treillis) (⁴), la condition (DM) est une forme équivalente de la loi ordinaire de distributivité (⁴).

2.3.2. Corollaire. — *Toute multistructure distributive est cartésienne.*

2.4. Théorème. — *La fonction de Möbius* $\mu$ *d'une hiérarchie distributive* (1.2) $\mathfrak{P}$ *à premier élément* O *est toujours multiplicative, cela veut dire, on a* $\mu(d) = \mu(a)\,\mu(b)$ *pour chaque couple* $a, b \in \mathfrak{P}$ *tel que* $a \vee b \neq \emptyset$ $0 \in a \wedge b$ *et chaque* $d \in a \vee b$.

2.5. Théorème. — *La fonction de Möbius d'une hiérarchie de Möbius* (1.4), *ne peut prendre que trois valeurs au plus, savoir :* $-1, 0, +1$.

2.6. Théorème. — *Dans toute hiérarchie de Möbius* $\mathfrak{P}$ *on a* $\mathrm{M} = [\mathrm{A}]^{\vee}$, *où* M *signifie l'ensemble* (sûrement non vide) *de tous les* $x \in \mathfrak{P}$ *tels que* $\mu(x) \neq 0$, *où* A

*est l'ensemble des atomes de* $\mathfrak{P}$ *et où* $[A]^{\vee}$ *a la signification de* (1), 1.6.1 *pour* $P = A$.

2.7. Théorème. — *Toute hiérarchie à premier élément qui se laisse décomposer en produit cartésien d'un ensemble ordonné* (mais par ailleurs arbitraire) *d'hiérarchies élémentaires, est une hiérarchie de Möbius.*

2.7.1. *Remarque.* — Le théorème 2.7 contient comme cas particulier un résultat récent de M. Klein (5). Il convient, du reste, d'ajouter que, tout comme chez M. Klein (*lot. cit.*), la décomposition en produit cartésien dont il est question à 2.7 *est unique :* c'est parce que les composants sont, dans ce cas aussi, irréductibles (4).

Je vais publier ailleurs les démonstrations.

(1) M. Benado, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 267.
(2) M. Benado, *Czechosl. Math. J.*, 4 (79), cahier 2, 1954, p. 105-127.
(3) M. Benado, *Czechosl. Math. J.*, 5 (80), cahier 3, 1955, p. 308-344.
(4) G. Birkhoff, *Lattice Theory*, revised edition, New York, 1948.
(5) F. Klein, *J. reine und angew. Math.*, 195, cahiers 3-4, 1956, p. 121-126.

ALGÈBRE. — *Sur la représentation monomiale des demi-groupes.* Note de M. **Marcel Paul Schützenberger**, présentée par M. Georges Darmois.

On applique aux demi-groupes avec unité (monoïdes) la méthode utilisée en théorie des groupes pour définir les représentations monomiales.

*Notations.* — Soient A et B deux demi-groupes commutant d'applications dans lui-même de l'ensemble $\Sigma^{\star} = \{\sigma\}$. Il sera commode de supposer que A et B sont les images homomorphes $\alpha S$ et $\beta S$ d'un certain demi-groupe S avec unité ($e$) et d'écrire $s\sigma s'$ au lieu de $\sigma.\alpha s'.\beta s = \sigma.\beta s.\alpha s'$.

On utilisera les relations suivantes sur $\Sigma^{\star} \times \Sigma^{\star}$ :

$$\sigma' \mathcal{T}_A \sigma \rightleftharpoons \sigma' \in \sigma S; \qquad \sigma' \mathcal{T}_B \sigma \rightleftharpoons \sigma' \in S\sigma; \qquad \sigma' \mathcal{T}_S \sigma \rightleftharpoons \sigma' \in S\sigma S;$$

$$\overline{\mathcal{T}}_A = \mathcal{T}_A \cap \mathcal{T}_A^{-1}; \qquad \overline{\mathcal{T}}_B = \mathcal{T}_B \cap \mathcal{T}_B^{-1}; \qquad \overline{\mathcal{T}}_S = \mathcal{T}_S \cap \overline{\mathcal{T}}_S^{-1}; \qquad \overline{K} = \overline{\mathcal{T}}_A \cap \overline{\mathcal{T}}_B.$$

On sait [J. A. Green (1)] que $\overline{\mathcal{D}} = \overline{\mathcal{T}}_A \circ \overline{\mathcal{T}}_B = \overline{\mathcal{T}}_B \circ \overline{\mathcal{T}}_A \subset \overline{\mathcal{T}}_S$ est une équivalence et l'on dira qu'une partie $\Sigma'$ de $\Sigma^{\star}$ est « A-élémentaire » si l'on a identiquement sur $\Sigma'$ : $\mathcal{T}_A^{-1} \cap \mathcal{T}_B = \overline{\mathcal{T}}_A \cap \mathcal{T}_B$. Une $\overline{\mathcal{T}}_S$ classe qui est à la fois A- et B-élémentaire se réduit à une seule $\overline{\mathcal{D}}$-classe et sera dite « élémentaire ».

*Définition de la représentation.* — On considère désormais une $\overline{\mathcal{D}}$-classe, $\Sigma$, fixe et l'on désigne respectivement par $\Sigma^i (i \in I)$; $\Sigma_j (j \in J)$; $\Sigma_j^i = \Sigma^i \cap \Sigma_j$ ses $\overline{\mathcal{T}}_B$-, $\overline{\mathcal{T}}_A$- et $\overline{K}$-classes. On choisit arbitrairement des éléments $\sigma_1^i$ et $\sigma_j^1$ dans chacune des $\overline{K}$-classes $\Sigma_1^i$ et $\Sigma_j^1$. D'après la définition même de $\overline{\mathcal{T}}_A$ et $\overline{\mathcal{T}}_B$, il existe

deux systèmes $\{a_1, a_i^1\}$ et $\{b_j^1, b_1^j\}$ tels que

$$\sigma_1^1 a_1^i = \sigma_1^i; \qquad \sigma_1^i a_i^1 = \sigma_1^1; \qquad b_j^1 \sigma_1^1 = \sigma_j^1; \qquad b_1^j \sigma_j^1 = \sigma_1^1.$$

On fera usage de la remarque suivante :

($\star$) *Si* $\sigma s = \sigma s' = \sigma' \in \Sigma^{i'}$ *pour un* $\sigma \in \Sigma^i$ *alors* $\sigma'' s = \sigma'' s' = \sigma''' \in \Sigma^{i'}$ *pour tous les* $\sigma'' \in \Sigma^i$.

En effet, il existe $b, b' \in B$ tels que $b\sigma = \sigma''$ et $b'\sigma'' = \sigma$. Donc

$$\sigma'' s = b\sigma s = b\sigma s' = \sigma'' s' = \sigma''' \qquad \text{et} \qquad b'\sigma''' = b'\sigma'' s = \sigma s = \sigma'.$$

Si $A^i = \{s : \Sigma^i_s \cap \Sigma^i \neq \emptyset\} = \{s : \Sigma^i_s \subset \Sigma^i\}$, la restriction à $\Sigma^i$ de la représentation $(\Sigma^\star, A^i)$ induit un homomorphisme $\varphi_i : A^i \to \overline{A}^i$. Comme $\sigma_1^1 a_1^i a_i^1 = \sigma_1^1$ et $\sigma_1^i a_i^1 a_1^i = \sigma_1^i$ il résulte de la remarque précédente ($\star$) que $\varphi_1 a_1^i a_i^1 = \varphi_1 e$ et $\varphi_i a_i^1 a_1^i = \varphi_i e$. Les applications de $A^i$ dans $A^1$ et de $A^1$ dans $A^i$ :

$$a \to a_1^i a a_i^1 \quad (a \in A^i) \qquad \text{et} \qquad a \to a_i^1 a a_1^i \quad (a \in A^1)$$

sont donc des isomorphismes entre $\overline{A}^i$ et $\overline{A}^1$.

On désigne par o un nouvel élément servant de zéro au demi-groupe $\overline{A}^\star = \overline{A}^1 \cup O$, et, à tout $s \in S$, on attache la $I \times I$ matrice $M(s)$ définie par

$$m_i^{i'}(s) = \varphi_1(a_1^i s a_{i'}^1) \quad \text{si } \sigma_1^i s \in \Sigma^{i'}; \qquad = o \quad \text{si } \sigma_1^i s \notin \Sigma^{i'}.$$

On a évidemment $M(s)M(s') = M(ss')$ identiquement, et l'on définirait de façon duale les $J \times J$ matrices $N(s)$ n'ayant cette fois qu'un élément non nul au plus par colonne.

D'après ($\star$), l'équation en $\bar{x}$, $\bar{a}\bar{x} = \bar{a}'$, entre éléments de $\overline{A}^\star$ possède au plus une solution. Soit $\overline{\overline{A}}$ le sous-ensemble des $\bar{x} \in \overline{A}^\star$ tels que pour au moins un $\bar{x}'$, $\bar{x}\bar{x}' = \bar{e} (= \varphi_1 e)$. $\overset{-1}{\varphi_1}\overline{\overline{A}}$ coïncide avec l'ensemble

$$\{s \in S : \Sigma_1^1 s \cap \Sigma_1^1 \neq \emptyset\} = \{s \in S : \Sigma_1^1 s = \Sigma_1^1\}$$

et est un groupe puisque tout élément de $\overline{\overline{A}}$ possède un inverse unique. Enfin $\tilde{A} = \overline{A}^\star - (O \cup \overline{\overline{A}})$ est vide si et seulement si $\Sigma$ est A-élémentaire et, sinon, $\overline{A}^\star$ (et par conséquent A), contiennent une suite infinie d'idéaux à droite $\{a^n A\}$ $(a \in \tilde{A})$ tous distincts.

Dans tous les cas [2], si $\overline{\overline{B}}$ est le groupe défini de façon duale dans $B_1$, la correspondance $\sigma_1^1 a = b\sigma_1^1$ établit un isomorphisme entre $\overline{\overline{A}}$ et $\overline{\overline{B}}$.

Il s'en déduit [3] la possibilité de montrer que $M(s)$ ne dépend pas du choix des $\sigma_1^i$ (à une transformation près par des matrices diagonales à coefficients dans $\overline{\overline{A}}$).

*Relation entre les deux représentations.* — On suppose désormais que $\Sigma$ est une $\mathfrak{C}_S$-classe élémentaire. On peut représenter par un élément unique $\sigma_0$

l'ensemble $S\Sigma S$-$\Sigma$ et l'on fait l'hypothèse que les $a_1^i$ et les $b_j^1$ peuvent être choisis de telle façon que $\sigma_1^1 a_1^i b_j^1 = a_1^i b_j^1 \sigma_1^1$, identiquement. On désigne par R la $I \times J$ matrice dont les éléments sont les $a_1^i b_j^1 (\in \overline{\overline{A}} \cup O)$ et par $U = \{ s : \forall^{i,j}\ a_1^i s b_j^1 \sigma_1^1 = \sigma_1^1 a_1^i s b_j^1 \}$.

On a donc pour tout $u \in U$ : $M(u)R = RN(u) = R(u)$ puisque $r_i^j(u)$ est la valeur commune dans $\overline{\overline{A}} \cup O$ de

$$\sigma_1^1 a_1^i u b_j^1 = m_i^{i'}(u) \sigma_1^1 a_1^{i'} b_j^1 \qquad \text{et} \qquad a_1^i u b_j^1 \sigma_1^1 = a_1^i b_{j'}^1 \sigma_1^1 n_{j'}^j(u),$$

$i'$ et $j'$ étant les indices (uniques s'ils existent) tels que $m_i^{i'}(u)$ et $n_{j'}^j(u)$ ne soient pas nuls. Il résulte de cette équation que U est un demi-groupe ainsi que le sous-ensemble V (qui peut être vide) des $v \in U$ tels qu'il existe une $J \times I$ matrice $T(v)$ satisfaisant $M(v) = RT(v)$ et $N(v) = T(v)R$. En particulier, si $\Sigma$ est identifiable à S lui-même et si $\Sigma$ correspond à une $\overline{\mathcal{D}}$ classe élémentaire et régulière D de S, $S = U$, V contient D et $T(v)$ est la représentation de Clifford (4) avec la multiplication $T(v)RT(v') = T(vv')$.

(1) *Ann. Math.*, 54, 1951, p. 163-172.
(2) G.-B. Preston, *Bull. Am. Math. Soc.*, 63, 1957, Abst., nº 651.
(3) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1994 et 2219.
(4) *Trans. Amer. Math. Soc.*, 82, 1956, p. 270-280.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Domination et opérateurs paraboliques.*

Note (*) de M. **François Trèves**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Comme il a été fait (1) pour les hyperboliques, on caractérise les opérateurs différentiels paraboliques (au sens de Petrowsky) exclusivement par leurs propriétés de domination (2), ceci d'abord dans le cas des coefficients constants et, ensuite, dans celui des coefficients variables.

La plupart des notations et des définitions de (1) sont conservées. Les seules modifications sont les suivantes : $m$ ne désignera plus le degré total de $P(x, y)$ mais uniquement son degré en $y_1$. $P(x, D)$ sera toujours normal. Nous poserons $P_1(x, y) = (1/2i\pi)(\partial/\partial y_1) P(x, y)$. Pour chaque entier $p \geqq 0$, nous noterons $P_{m,p}(x, y)$ la partie de $P(x, y)$ telle que $P_{m,p}(x, y_1^p, y^0)$ soit homogène de degré $mp$.

Nous dirons avec Petrowsky (3) que $P(D)$ est *p-parabolique* s'il existe un entier $p \geqq 0$ tel que $P(y_1^p, y^0)$ soit de degré $mp$ et que, lorsque $y^0$ parcourt la sphère $|y^0| = 1$ de $R^{n-1}$, les parties imaginaires des racines du polynome $P_{m,p}(y_1, y^0)$ en $y_1$ restent supérieures à un nombre $\sigma > 0$ fixe. Ces conditions exigent, d'ailleurs, que $p$ soit un entier pair $\geqq 2$.

Nous dirons que $P(x, D)$ est *p-parabolique dans un ouvert* $\Omega$ de $R^n$ si, quel que soit $x_0 \in \Omega$, $P(x_0, D)$ est $p$-parabolique.

L'équivalent du théorème 1 de [1] est constitué, ici, par le résultat :

THÉORÈME 1. — *Soit p un entier pair* $\geq 2$ *tel que* $P(y_1^p, y^0)$ *soit de degré mp. Pour que* $P(D)$ *soit p-parabolique, il faut et il suffit qu'il possède l'une des propriétés équivalentes suivantes :*

(*a*) $P(D)$ *équidomine les* $D^r$ *vérifiant* $pr_1 + r_2 + \ldots + r_n \leq mp - 1$ *suivant la base de domination* [*voir* [2]] *constituée par les* $\exp(-hx_1)$ *avec* $h \geq 0$.

(*b*) *Il existe une constante* A *finie telle que, pour tout* $y \in R^n$ *et tout* $h \geq 0$ :

$$(|y^0|^p + |y_1 - ih|)^m \leq A\,|P_{m,p}(y_1 - ih, y^0)|.$$

(*c*) *Il existe* $A_1 < +\infty$ *telle que, pour toute* $\varphi \in \mathcal{D}$ *et tout* $h \geq 1$ :

$$\sum_{k=1}^{p} h^{\frac{k}{p}} \left\{ \sum_{k} \| e^{-hx_1} D^r \varphi \|_{L^2} \right\} \leq A_1 \| e^{-hx_1} P(D) \varphi \|_{L^2}$$

*où l'on somme, dans* $\sum_k$, *par rapport aux r qui vérifient* $pr_1 + r_2 + \ldots + r_n \leq mp - k$.

(*d*) *Il existe* $A_2 < +\infty$ *telle que, pour toute* $\varphi \in \mathcal{D}$ *et tout* $h \geq 1$ :

$$\sum_{\frac{p}{2}} \| e^{-hx_1} D^r \varphi \|_{L^2}^2 + h \sum_{p} \| e^{-hx_1} D^r \varphi \|_{L^2}^2 \leq A_2 \,\mathrm{Re}\,(e^{-hx_1} P(D)\varphi, e^{-hx_1} P_1(D)\varphi)_{L^2}$$

*où* $\sum_{p/2}$ *et* $\sum_p$ *ont la signification définie en* (*c*.)

Introduisons les dérivations d'ordre non entier $D^s$[$s \in R_+^n$; *voir* [4]]. Il y a une différence essentielle entre le cas parabolique et le cas hyperbolique (outre à celle évidente qui nous contraint, ici, à ne considérer que les $h \geq 0$) : elle tient à la présence de l'exposant $m$ dans le premier membre de l'inégalité de (*b*), alors que pour le cas hyperbolique, nous avions rencontré l'exposant $m - 1$. Ce fait a notamment pour conséquence le résultat suivant :

THÉORÈME 1'. — *Soit p comme dans le théorème* 1. *Pour que* $P(D)$ *soit p-parabolique, il faut et il suffit qu'il possède l'une des propriétés équivalentes ci-dessous :*

(*a'*) *Quel que soit k réel* $> 0$, $P(D)$ *équidomine les* $D^s$, *où* $s \in R_+^n$ *vérifie* $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq mp - k$, *suivant la base de domination constituée par les* $\exp(-hx_1)$ *avec* $h \geq 0$.

(*c'*) *Il existe* $A_1 < +\infty$ *telle que, pour toute* $\varphi \in \mathcal{D}$, *tout* $h \geq 1$ *et tout* $s \in R_+^n$ *vérifiant* $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq mp$, *on ait*

$$h^{\frac{k}{p}} \| e^{-hx_1} D^s \varphi \|_{L^2} \leq A_1 \| e^{-hx_1} P(D) \varphi \|_{L^2} \qquad (k = mp - ps_1 - s_2 - \ldots - s_n).$$

Ces propriétés soulignent la profonde différence qu'il y a, au point de vue de la domination, entre paraboliques et elliptiques. Par exemple, le laplacien ne domine aucun opérateur du premier ordre, alors que l'opérateur de la

chaleur $\partial/\partial t - \sum_{j=1}^{n} (\partial/\partial x_j)^2$ domine tous les $(\partial/\partial x_j)^s$ pourvu que $s$ réel soit $< 2$, et aussi $(\partial/\partial t)^\sigma$ pourvu que $\sigma < 1$.

On pourrait énoncer, pour les paraboliques, un résultat analogue au théorème 2 de ([1]). Mais nous avons préféré énoncer un résultat un peu plus général, concernant les opérateurs hypoelliptiques.

On donne une variété $C^\infty$ V et une famille $P(v, D_x)$ d'opérateurs à coefficients constants sur $R^n$ dépendant du point $v$ de V.

On suppose satisfaites les trois hypothèses suivantes :

1° $P(v, D)$ est hypoelliptique pour tout $v \in V$;

2° Quels que soient $v_1, v_2 \in V$, il existe deux nombres finis $A_1$, $A_2$ tels que

$$P(v_1, y) \leq A_1(1 + |P(v_2, y)|) \leq A_2(1 + |P(v_1, y)|) \qquad \text{pour tout } y \in R^n.$$

3° Les coefficients de $P(v, D_x)$ sont des fonctions $C^\infty$ sur V.

Notons $\mu$ le plus grand nombre réel tel que $|y|^\mu/(1 + |P(v, y)|)$ soit une fonction bornée sur $R^n$; $\mu$ est indépendant de $v$ et Hörmander ([5]) a montré qu'il était $> 0$. Dans le cas elliptique, $\mu$ est l'ordre des opérateurs $P(v, D)$.

THÉORÈME 2. — *Sous les hypothèses précédentes, il existe une application* $v \to E(x, v)$ $C^\infty$ *sur* V, *à valeurs dans* $\mathcal{L}_x^{-[n/2]-1+\mu}$, *telle que*

$$P(v, D_x) E(\delta x, v) = {}_x \qquad \text{pour tout } v \in V.$$

Enfin, l'équivalent du théorème 3 de ([1]) constitue l'énoncé suivant :

THÉORÈME 3. — *Soit* $\Omega$ *un ouvert de* $R^n$. *On suppose qu'il existe un entier pair* $p \geq 2$ *tel que* $P(x_0, y_1^p, y^0)$ *soit un polynome en* $y$ *de degré* $mp$, *quel que soit* $x_0 \in \Omega$. *Alors, pour que* $P(x, D)$ *soit p-parabolique dans* $\Omega$, *il faut et il suffit qu'il possède l'une des propriétés équivalentes suivantes :*

($a''$) *Quels que soient le nombre réel* $\alpha > 0$ *et le point* $x_0$ *de* $\Omega$, *il existe un voisinage ouvert* $U_\alpha(x_0)$ *de* $x_0$ *tel que* $P(x, D)$ *équidomine, sur* $U_\alpha(x_0)$, *les* $D^s$, *où* $s \in R_+^n$ *vérifie* $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq mp - \alpha$, *suivant la base de domination constituée par les* $\exp(-hx_1)$ *avec* $h \geq 0$.

($c''$). *A tout ouvert borné* U *tel que* $\overline{U} \subset \Omega$ *correspond* $A_U < +\infty$ *telle que, pour toute* $\varphi \in \mathcal{D}(U)$, *tout* $h \geq 1$ *et tout* $s \in R_+^n$ *vérifiant* $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq mp$, *on ait*

$$h^{\frac{k}{p}} \| e^{-hx_1} D^s \varphi \|_{L^2} \leq A_U \| e^{-hx_1} P(x, D) \varphi \|_{L^2} \qquad (k = mp - ps_1 - s_2 - \ldots - s_n).$$

($d''$) *A tout ouvert borné* U *tel que* $\overline{U} \subset \Omega$ *correspond* $A_U < +\infty$ *telle que, pour toute* $\varphi \in \mathcal{D}(U)$ *et tout* $h \geq 1$, *on ait*

$$\sum_{\frac{p}{2}} \| e^{-hx_1} D^r \varphi \|_{L^2}^2 + h \sum_{p} \| e^{-hx_1} D^r \varphi \|_{L^2}^2 \leq A \operatorname{Re}(e^{-hx_1} P(x, D)\varphi, e^{-hx_1} P_1(x, D)\varphi)_{L^2}.$$

$\sum_{p/2}$ et $\sum_{p}$ ont la même signification que dans l'énoncé du théorème 1.

On pourrait ajouter bien d'autres conditions équivalentes à ($a''$), ($c''$) et ($d''$). Par exemple, on remarque que ($c''$) implique la propriété ($a''$) où l'on aurait remplacé $U_\alpha(x_0)$ par un ouvert borné U quelconque (pourvu que $U \subset \Omega$). Inversement, on pourrait remplacer, dans ($c''$), U par un voisinage de $x_0$ qui dépendrait de $s$ ($x_0$ parcourant $\Omega$). Tous les passages du local aux ouverts bornés, et vice versa, sont légitimes. D'autre part, on peut remplacer, dans ($c''$), la condition $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq pm$ par $ps_1 + s_2 + \ldots + s_n \leq mp - 1$. Par contre, nous ignorons s'il est permis de se restreindre, dans ($a''$), aux réels $\alpha \geq 1$.

(*) Séance du 27 janvier 1958.

(1) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 680.

(2) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1200.

(3) I. Petrowsky, *Bull. Univ. Moscou*, 7, 1938, p. 1-74.

(4) L. Schwartz, *Théorie des distributions*, II, p. 30.

(5) L. Hörmander, *Thèse* (*Acta Mathematica*, 94, 1955, p. 218-241). Les hypothèses et la preuve du théorème 2 de la présente Note sont directement issus de la caractérisation des opérateurs hypoelliptiques à coefficients constants donnée par Hörmander dans sa Thèse.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la définition des fonctions de matrices.* Note (*) de M. **Yehiel Lehrer**, présentée par M. Jacques Hadamard.

On donne une définition des fonctions de matrices applicable aux fonctions polyvalentes.

Diverses définitions de la valeur $f(A)$ où A est une matrice carrée et $f(z)$ une fonction complexe de la variable complexe $z$ ont été données par J. J. Sylvester-A. Buchheim (1), E. Weyr (1), G. Frobenius, E. Cartan (1), (2), L. Fantappié (1), G. Giorgi (1), H. Schwerdtfeger (1), M. Cipolla (1) et H. Richter (1). L'équivalence entre ces définitions a été étudiée par R. F. Rinehart (1).

K. W. Wagner (3) et L. Fantappié (4) donnent des méthodes pratiques pour calculer $f(A)$ comme une combinaison linéaire de I, A, $A^2$, ..., $A^{n-1}$, où $n$ est l'ordre de la matrice A ou le degré de son polynome minimal. On peut arriver à la formule de Wagner (3) par une voie différente (5) et employer cette formule pour définir (5) $f(A)$. Cette définition est équivalente à la définition Sylvester-Buchheim.

J. von Neumann (2), V. Amato (1), G. Andreoli (1) et H. Richter (1) ont remarqué que pour des fonctions polyvalentes $f(z)$ il y a des valeurs de $f(A)$ qui échappent à la définition habituelle (polynomiale). H. Richter (1) expose une méthode par laquelle on peut récupérer des valeurs de $f(A)$ dans le cas où la fonction polyvalente $f(z)$ est une fonction inverse d'une fonction analytique.

On donne une généralisation de la définition formulée en [5], qui est applicable aux fonctions polyvalentes.

En désignant par $X \equiv (x_{ij})$ une matrice d'ordre $n$ avec des éléments $x_{ij}$ indéterminés du champ complexe, $\vec{\xi} \equiv (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ $n$ valeurs indéterminées du champ complexe et $f(z)$ une fonction complexe de la variable complexe $z$, on peut définir les $n^2$ expressions suivantes :

$$f_{ij}(X) = x_{ij}^{(0)} S_0(\vec{\xi}) + x_{ij}^{(1)} S_1(\vec{\xi}) + \ldots + x_{ij}^{(n-1)} S_{n-1}(\vec{\xi}) \tag{1}$$

où $x_{ij}^{r} = \sum_{k} x_{ik}^{(r-1)} x_{kj}$, $i, j, k = 1, 2, \ldots, n$, $x_{ij}^{(0)} = \delta_{ij}$ (delta de Kronecker), et les fonctions $S_r(\vec{\xi})$ sont des fonctions symétriques généralisées de Schur, définies par

$$S_r(\vec{\xi}) = \frac{v_r(\vec{\xi})}{v(\vec{\xi})} \qquad (r = 0, 1, \ldots, n-1) \tag{2}$$

où $v(\vec{\xi})$ est le déterminant de Vandermonde $|\xi_j^{i-1}|$ et $v_r(\vec{\xi})$ est le déterminant obtenu de $v(\vec{\xi})$ en substituant à la ligne $\xi_1^{r-1}, \xi_2^{r-1}, \ldots, \xi_n^{r-1}$ la ligne $f_{d_1}(\xi_1), f_{d_2}(\xi_2), \ldots, f_{d_n}(\xi_n)$ où les indices $(d_1, d_2, \ldots, d_n) \equiv \vec{d}$ signifient les déterminations (égales ou différentes) de la fonction $f(z)$.

*Définition.* — A étant une matrice d'ordre $n$ dont le polynome caractéristique a des racines $\vec{\lambda} \equiv (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$ on peut définir l'élément $ij$ de la matrice $f(A)$ par toutes les déterminations possibles de la limite :

$$[f(A)]_{ij} = \lim f_{ij}(X), \tag{3}$$

où $f(X)$ est défini par (1) et la limite est pour : $X \to A$ et $\vec{\xi} \to \vec{\lambda}$. Pour tous les éléments de la matrice en (3), les déterminations $\vec{d}$ et les chemins $X \to A$, $\vec{\xi} \to \vec{\lambda}$ restent les mêmes.

Cette définition peut donner (dans le cas des fonctions polyvalentes) des valeurs différentes pour $f(A)$ selon les divers chemins $X \to A$, $\vec{\xi} \to \vec{\lambda}$ et selon les diverses déterminations $\vec{d}$.

*Exemple.* — Dans le cas où $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$, $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $f(z) = \pm\sqrt{z}$ on obtient de (1) pour $\vec{d} = (^+, ^+)$

$$f_{ij}(X) = \frac{\sqrt{\xi_1 \xi_2}}{\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2}} \delta_{ij} + \frac{1}{\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2}} X_{ij} \qquad i, j = 1, 2.$$

Si $X \to A$ et $(\xi_1, \xi_2) \to (0, 0)$ par le chemin déterminé par

$$X = \begin{pmatrix} \alpha(\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2}) & \alpha\beta(\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2}) \\ -\dfrac{\alpha(\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2})}{\beta} & -\alpha(\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2}) \end{pmatrix}, \qquad \xi_1 = \xi^2, \qquad \xi_2 = \xi, \qquad \xi \to 0$$

on obtient alors de la définition (3) $\sqrt{A} = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha\beta \\ -\alpha/\beta & -\alpha \end{pmatrix}$ qui est la solution générale. On remarquera (1) que la définition de Cipolla applicable aux fonctions polyvalentes donne pour $\sqrt{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}$ la seule valeur $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) R. F. Rinehart, *Amer. Math. Monthly*, **62**, 1955, p. 395-414.

(2) H. Schwerdtfeger, *Math. Rev.*, **16**, 1955, p. 1099.

(3) K. W. Wagner, *Einfuehrung in die Lehre von Schwingungen und Wellen*, p. 588, *Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung*, Wiesbaden, 1947.

(4) L. Fantappiè, *Anais Acad. Brasil Ci*, **26**, 1954, p. 25-33.

(5) Y. Lehreb, *Rend. Circ. Matem. Palermo*, **6**, 1957, p. 103-109.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'identification d'une classe de fonctions (non nécessairement sommables) avec des distributions*. Note (*) de M. **S. Lojasiewicz**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

En utilisant des méthodes de M. Denjoy on obtient une correspondance biunivoque entre certaines classes de fonctions et de distributions. Cette correspondance renferme la correspondance naturelle entre les fonctions localement intégrables au sens de Denjoy et les distributions ainsi que la correspondance naturelle entre les fonctions et les distributions qui possèdent une valeur (1) partout.

Un article ultérieur donnera les démonstrations.

1. Nous dirons qu'une distribution T d'une variable est régulière en un point $c$, si sa primitive possède une valeur en $c$. Si les distributions $T_1$ et $T_2$ sont régulières en $c$, il existe une unique distribution T, régulière en $c$, telle que $T = T_1$ pour $x < c$ et $T = T_2$ pour $x > c$.

Soit $\mathfrak{U}$ la classe de distributions qui sont régulières en chaque point de la droite numérique. Pour toute distribution $T \in \mathfrak{U}$ et pour tout intervalle $\Delta$ il existe une distribution unique $T_\Delta \in \mathfrak{U}$ telle que $T_\Delta = T$ à l'intérieur de $\Delta$ et $T_\Delta = 0$ à l'extérieur de $\Delta$.

Soit $T \in \mathfrak{U}$ et soit F un ensemble fermé $\left(\text{on a } \complement F = \sum \Delta_i, \text{ où } \Delta_i \text{ sont des intervalles disjoints}\right)$. Nous dirons que l'ensemble F est régulier par rapport à T, si la série

$$\sum_{\Delta_i \subset \Delta} T_{\Delta_i}$$

converge (indépendamment de l'ordre des termes) vers une distribution de $\mathfrak{U}$, quel que soit l'intervalle $\Delta$. On a alors

$$T_F = T - \sum T_{\Delta_i} \in \mathfrak{U}.$$

2. A chaque classe $\mathfrak{T} \subset \mathfrak{U}$ associons une classe $\mathfrak{T}^\star$ définie comme suit. $T \in \mathfrak{T}^\star$ veut dire que $T \in \mathfrak{U}$ et qu'il existe un ensemble F régulier par (rapport à T) tel que :

1° $T_F \in \mathfrak{T}$;

2° $T_\Delta \in \mathfrak{T}$ pourvu que $\Delta$ soit un intervalle fini pour lequel $\Delta \subset \complement F$. Soit $\mathcal{L}$ la classe de distributions qui sont des fonctions localement sommables sur la droite numérique. Soit $\{\mathcal{L}_\xi\}_{\xi<\Omega}$ une suite transfinie définie par $\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}$ et $\mathcal{L}_\alpha = \left(\sum_{\xi<\alpha} \mathcal{L}_\xi\right)^\star$.

Théorème. — *La classe* $\mathfrak{F} = \sum_{\xi<\Omega} \mathcal{L}_\xi$ *coïncide avec la classe des distributions* $T \in \mathfrak{U}$ *qui satisfont la condition suivante : chaque ensemble fermé contient une portion* P *régulière par rapport à* T *et telle que* $T_p$ *est une fonction sommable.*

On montre que $\mathfrak{F}$ est un module sur l'anneau $\mathcal{E}$ des fonctions indéfiniment dérivables.

Théorème 2. — *La classe* $\mathfrak{F}$ *contient toutes les distributions qui possèdent une valeur partout sauf sur un ensemble au plus dénombrable.*

3. Soit $T \in \mathfrak{U}$ et soit $x_0$ un point quelconque de la droite numérique. Si l'on peut trouver un ensemble F régulier par rapport à T de façon que :

1° $x_0$ soit un point de densité de F,

2° $T_F$ soit une fonction (sommable) dont la restriction $f$ à l'ensemble F est continue en $x_0$;

nous appellons $T_a(x_0) = f(x_0)$ la valeur approximative de T en $x_0$. Cette définition ne dépend pas de F.

Il peut arriver qu'une distribution T possède une valeur approximative ainsi qu'une valeur ordinaire en un point $x_0$ et que l'on ait $T_a(x_0) \neq T(x_0)$.

Théorème 3. — *Si* $T \in \mathfrak{U}$ *et si* $T(x)$ *et* $T_a(x)$ *existent partout dans un ensemble mesurable* E, *alors* $T(x) = T_a(x)$ *presque partout dans* E.

Théorème 4. — *Chaque distribution* $T \in \mathfrak{F}$ *possède une valeur approximative presque partout.*

On montre que la correspondance entre les distributions $T \in \mathfrak{F}$ et les fonctions $f$ (définies presque partout) donnée par

$$T_a(x) = f(x) \tag{$\star$}$$

est biunivoque. Elle est un isomorphisme entre les modules sur l'anneau $\mathcal{E}$.

Il résulte des théorèmes 2-4 que la correspondance ($\star$) renferme la correspondance naturelle donnée par

$$T(x) = f(x)$$

entre les distributions T ayant une valeur partout et les fonctions $f$ [2].

4. D'une façon naturelle on fait correspondre à chaque fonction $f$ locale-

ment intégrable au sens de Denjoy une distribution T définie par

$$(\star\star)\qquad (\mathrm{T}, \varphi) = (\mathrm{D})\int_a^b f(x)\varphi(x)\,dx.$$

Théorème 5. — *La classe $\mathcal{F}$ contient toutes les distributions associées aux fonctions localement intégrables au sens de Denjoy et la correspondance* ($\star$) *renferme la correspondance* ($\star\star$).

La classe de fonctions $f$ associées aux distributions T selon ($\star$) contient des fonctions qui ne sont pas localement intégrables au sens de Denjoy [par exemple $f(x) = (1/x^p)\sin(1/x^q)$, $p$ et $q$ étant convenablement choisis ([3])]. Si l'on admet

$$\int_a^b f(x)\,dx = (\mathrm{T}_{(a,b)}, 1),$$

on obtient une généralisation de l'intégrale de Denjoy.

(*) Séance du 3 février 1958.

([1]) Voir mon article, *Studia Mathematica*, 16, 1957, p. 1-36

([2]) *Voir* ([1]), § 5.

([3]) *Voir* ([1]), nos 3-7.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Solutions intégralement semi-régulières de certaines équations aux dérivées partielles.* Note (*) de M. **Martin Zerner**, présentée par M. Joseph Pérès.

On démontre que, quel que soit $n$, les solutions intégralement semi-régulières en $z$ de l'équation $(\partial^2 u/\partial x\,\partial y) + \mathrm{A}\,(\partial u/\partial x) + \mathrm{B}\,(\partial u/\partial y) + \mathrm{C}u = 0$ (où A, B, C sont des opérateurs différentiels en $z$) sont somme de deux distributions dérivables $n$ fois, et, sous certaines conditions, intégralement semi-régulières en $x$ et $y$.

Dans toute cette Note, nous nous occuperons de solutions $u$ de l'équation

$$(1)\qquad \mathrm{L}u = \frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + \mathrm{A}\frac{\partial u}{\partial x} + \mathrm{B}\frac{\partial u}{\partial y} + \mathrm{C}u = 0$$

où A, B et C sont des opérateurs différentiels en $z = (z_1, \ldots, z_l)$ à coefficients indéfiniment dérivables en $(x, y, z)$; $u$ sera toujours supposée intégralement semi-régulière en $z$.

Proposition. 1. — *Pour tout ouvert borné, il existe un entier p tel que sur cet ouvert, et quel que soit l'entier n, on ait*

$$u = \frac{\partial^p u_{1,n}}{\partial x^p} + \frac{\partial^p u_{2,n}}{\partial y^q},$$

*où $u_{1,n}$ (resp. $u_{2,n}$) est une fonction continue ainsi que ses n premières dérivées par rapport à $y$ (resp. $x$) et toutes leurs dérivées par rapport à $z$.*

$l$ étant un entier, $P^l$ (resp. $Q^l$) désignera :

— si $l \geqq 0$ la $l^e$ dérivée par rapport à $x$ (resp. $y$);

— si $l < 0$ la $l^e$ itérée d'une primitive s'annulant pour $x$ (resp. $y$) fixe, d'une fonction continue.

Sur l'ouvert considéré, $u$ est d'ordre fini $p$ et intégralement semi-régulière en $z$, donc possède une décomposition de la forme

$$u = \sum_{k=0}^{p} P^{p-k} Q^k C_{k,0},$$

où les $C_{k,0}$ sont des fonctions continues ainsi que toutes leurs dérivées par rapport à $z$.

Démontrons que, quel que soit l'entier positif $m$, $u$ possède une décomposition de la forme

$$u = \sum_{k=0}^{m+p} P^{p-k} Q^{k-m} C_{k,m}.$$

Il la possède déjà pour $m = 0$, supposons qu'il la possède pour $m = m_0$ :

$$u = \sum_{k=0}^{p+m_0} P^{p-k} Q^{-m_0+k} C_{k,m_0}$$

alors, $\partial^2 u/\partial x\, \partial y$ est, d'après (1), de la forme

$$v = \sum_{k=0}^{p+m_0} (P^{p-k+1} Q^{k-m_0} C'_{k,m_0} + P^{p-k} Q^{k+1-m_0} C''_{k,m_0}) = \sum_{k=0}^{p+m_0+1} P^{p-k+1} Q^{k-m_0} C'''_{k,m_0},$$

mais sur un ouvert convexe (cas qui suffit pour la démonstration), nous savons résoudre explicitement l'équation $\partial^2 u/\partial x\, \partial y = v$, ce qui donne

$$u = \sum_{k=0}^{p+m_0+1} P^{p-k} P^{k-(m_0+1)} C'''_{k,m_0} + P^p C'_{m_0}(x, z) + Q^p C''_{m_0}(y, z),$$

où $C'_{m_0}$, $C''_{m_0}$ sont continues ainsi que toutes leurs dérivées par rapport à $z$ (les exposants de P, Q sont $p$ dans les deux derniers termes car sinon l'ordre de $u$ serait $> p$). C'est bien une décomposition de la forme voulue pour $m = m_0 + 1$.

Si maintenant nous posons $n = [m - p]/2$, $n$ peut être aussi grand que nous voulons et la décomposition que nous venons de trouver peut s'écrire

$$u = \frac{\partial^p u_{1,n}}{\partial x^p} + \frac{\partial^p u_{2,n}}{\partial y^p}$$

avec les propriétés annoncées.

Proposition 2. — *Lorsque les trois conditions suivantes sont remplies :*

*a. Il existe deux entiers positifs $q$, $r$ tels que l'équation* $Lu = v$ *où $v$ est une*

*fonction donnée $q$ fois continûment dérivable en $(x, y)$ ainsi que toutes ses dérivées par rapport à $z$ — possède une solution $r$ fois continûment dérivable par rapport à $(x, y)$ ainsi que toutes ses dérivées en $z$.*

*b. Étant donnée une distribution $T_0$ en $(x, z)$ intégralement semi-régulière en $z$, (1) possède une solution intégralement semi-régulière en $(y, z)$ prenant la valeur $T_0$ pour $y = 0$; cette propriété reste vraie quand on échange les rôles de $x$ et $y$.*

*c. Toute solution de (1) qui est une distribution localement d'ordre fini en $x$ à valeurs dans $\mathcal{E}^r_y(\mathcal{E}_z)$ et nulle pour $y = 0$ est dans $\mathcal{E}^r_y(\mathcal{E}_{x,z})$; cette propriété reste vraie quand on échange les rôles de $x$ et $y$.*

*Alors $u = u_1 + u_2$ où $u_1$ (resp. $u_2$) est une solution distribution intégralement semi-régulière en $(y, z)$ [resp. en $(x, z)$].*

En effet, d'après le lemme de ma Note ([1]), si l'on prend $n$ assez grand, $v = L(\partial^p u_{1,n}/\partial x^p) = - L(\partial^p u_{2,n}/\partial y^p)$ est $q$ fois continûment dérivable ainsi que toutes ses dérivées en $z$. On enlève à $\partial^p u_{1,n}/\partial x^p$ et ajoute à $\partial^p u_{2,n}/\partial y^p$ la solution dont l'existence est assurée par $a$, et il suffit ensuite de démontrer notre conclusion pour une solution distribution en $x$ d'ordre localement fini à valeurs dans $\mathcal{E}^r_y(\mathcal{E}_z)$; $b$. permet alors de se ramener au cas où cette solution s'annule pour $y = 0$, cas où $c$ permet de conclure.

Proposition 3. — *Lorsque L ne contient que les deux variables indépendantes $x$ et $y$, toutes les solutions de (1) sont somme d'une solution intégralement semi-régulière en $x$ et d'une solution intégralement semi-régulière en $y$.*

Nous allons montrer que les trois conditions de la proposition 2 sont satisfaites.

$a$ l'est notoirement pour tout entier avec $r = q$.

Pour démontrer $b$ on décompose d'abord T en la somme de deux distributions de $\mathcal{D}'^{+}_x$ et $\mathcal{D}'^{-}_x$ respectivement, on se ramène ensuite à un problème avec second membre intégralement semi-régulier en $y$ et valeurs nulles sur les deux axes. On construit une solution par composition avec le noyau de Green. Le fait que ce dernier est la restriction à un quart de plan d'une fonction indéfiniment dérivable permet de vérifier que la solution obtenue est bien intégralement semi-régulière.

Enfin soit $w$ une solution distribution localement d'ordre fini en $x$ à valeurs dans $\mathcal{E}^0_y$ et nulle pour $y = 0$. Sa restriction à $y \geq 0$ est encore une solution. Par multiplication par une fonction indéfiniment dérivable sans zéro, nous pouvons la rendre solution d'une équation

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \, \partial y} + b' \frac{\partial w}{\partial y} + c' w = 0.$$

Faisons alors la convolution en $y$ avec $Y(y)$, l'équation devient

$$\frac{\partial w}{\partial x} = M w,$$

où l'ordre de $M w$ est au plus égal à celui de $w$, ce qui n'est possible que si $w$ est indéfiniment dérivable par rapport à $x$.

*Remarques.* — 1° La propriété *c* se démontre de la même façon pour

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y} + a\frac{\partial}{\partial x} + b\frac{\partial}{\partial y} + C$$

où $a$ et $b$ sont des fonctions indéfiniment dérivables de $(x, y, z)$ et C un opérateur différentiel en $z$.

2° Dans le cas de deux variables indépendantes, si les coefficients sont analytiques, le noyau de Green l'est aussi à l'intérieur de son support, la solution donnée par *b* est alors une dérivée par rapport à $x$ d'une fonction analytique de $y$ et il est classique ([2]) que $w$ est somme d'une fonction analytique en $x$ et d'une fonction analytique en $y$.

(*) Séance du 3 février 1958.

([1]) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 686.

([2]) J. Le Roux, *J. Math.*, 1898.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Une classe d'équations intégrales liées à des métriques variationnelles à indicatrices centrées.* Note de M. **Marcel Coz**, transmise par M. Georges Bouligand.

Remarques complémentaires sur les modèles introduits par M. Bouligand ([1]). Liaison : (Mod Ch') ↔ (Mod Ch''). Exemple d'indicatrice algébrique de degré 12, provenant du schème : fibres, surfaces clivantes (F, Cl) ([2]).

Les modèles étudiés répondent au choix d'un demi-cône convexe de sommet O, dans la région $z \geqq 0$ par l'entremise d'intégrales $z = J(x, y)$ déduites du demi-cône générateur $z = N(x, y; t)$ convexe quel que soit $t$, avec

$$J(x, y) = \int_0^{2\pi} N(x, y; t)\, df(t).$$

Une répartition massique positive ayant été donnée sur $r = 1$, on note $f(t)$ la masse portée par l'arc $0 \leqq \lambda \leqq t$ (où $\lambda$ est l'abscisse angulaire d'un point). Les indicatrices des modèles seront les courbes $J = 1$.

1. Entre ces J, ressortent suivant (B) les (Mod Ch' ou diédral) et (Mod Ch'') donnés par $J_1$ et $J_2$

$$J_1(x, y) = \int_0^{2\pi} |x \sin t - y \cos t|\, df(t),$$

$$J_2(x, y) = \int_0^{2\pi} \sqrt{x^2 \cos^2 t + 2xy \sin t \cos t \cos e + y^2 \sin^2 t}\, df(t),$$

avec spécification du cas $e = e_0$ constant, réductible à $2e = \pi$.

Pour $f' = 1$ (densité constante), $J_1 = 4\sqrt{x^2+y^2}$ d'où (R)

$$\text{(R)} \qquad \int_0^{2\pi} |(ax+by)\sin t - (a''x+b'y)\cos t|\, dt = 4\sqrt{(ax+b)^2+(a'x+b')^2}.$$

Conséquences. — *a*. (Mod. Ch′) pour $a$, $b$, $a'$, $b'$ fonctions continues quelconques de $u$ et de $v$, livre tous les espaces de Riemann. A mon résultat dans ce sens par recours à (F, Cl) s'en adjoint ici un plus complet fourni par (Mod. Ch′), car en y respectant la dimension, on réalise au besoin les circonstances topologiques variées prévues dans (B).

*b*. Liaison (Mod. Ch′) ↔ (Mod. Ch″). En posant

$$4K[e(\alpha), t] = \int_0^{2\pi} \left| \cos(\alpha - t)\cos\frac{e}{2}\sin u - \cos(\alpha + t)\sin\frac{e}{2}\cos u \right| du.$$

On a exprimé (Mod. Ch′), on passera à (Mod. Ch″) par

$$(1) \qquad J_2(\cos\alpha, \sin\alpha) = \int_0^{2\pi} K[e(\alpha), t]\, df(t).$$

Il intervient une opération linéaire par rapport à $f$ tandis que la dépendance vis-à-vis de $e(\alpha)$ est en général plus complexe.

Le passage II : (Mod. Ch″) ↔ (Mod. Ch′) n'entre ainsi dans la catégorie des problèmes linéaires que pour $e$ fonction donnée de $\alpha$; d'où intérêt renforcé du cas $e = e_0$ déjà cité, alors

$$8K[e_0, t] = \sqrt{2}\int_0^{2\pi} \left| \cos(\alpha - t)\sin u - \cos(\alpha + t)\cos u \right| du.$$

On ne saurait réaliser II en recourant à une répartition d'un nombre fini de masses ponctuelles : une combinaison linéaire finie de cotes de points, de même projection $(x, y)$, situés sur des cônes du second degré d'axe $Oz$, ne peut reproduire la cote propre à un dièdre.

2. Avec $J_2$, dans le cas particulier $e = e_0$ une liaison naturelle se fait entre les *coefficients de Fourier* (C. F.) de $f'$ et les coefficients tayloriens de $J_2$ ici $(J_{2,0})$. Aprés réduction, on a

$$J^*_{2,0}(\cos\alpha, \sin\alpha) = \int_{-\pi}^{+\pi} (1 + \cos\alpha\cos 2t)^{\frac{1}{2}} f'(t)\, dt.$$

Ayant développé le noyau par le binome et introduit les (C. F.) de $f'$ qui admet la période $\pi$, on obtient $J^*_{2,0}$ par une série uniformément convergente de terme général $A_n \cos^n 2\alpha$. La matrice (M) de l'opération linéaire infinie menant des (C. F.) : $\{a_i\}$ aux $\{A_i\}$ se dédouble en deux matrices triangulaires suivant

processus *pair-impair*. A la relation initiale $A_0 = a_0$ s'adjoignent :

$$-2^{2k-1}\frac{2.4\ldots(2k-2)2k}{1.3\ldots(2k-3)}A_{2k} = C_{2k}^{k}a_0 + C_{2k}^{k-1}a_2 + \ldots + C_{2k}^{1}a_{2k-2} + a_{2k},$$

$$2^{2k}\frac{2.4\ldots2k(2k+2)}{1.3\ldots(2k-1)}A_{2k+1} = C_{2k+1}^{k}a_1 + C_{2k+1}^{k-1}a_3 + \ldots + C_{2k+1}^{1}a_{2k-1} + a_{2k+1},$$

avec nombres de combinaisons devant les $\{a_i\}$ des seconds membres. D'où cas préférentiel : analyticité de l'indicatrice : $J^{*}_{2,0}$.

Le cas $e = e_0$ révèle un comportement particulier des $J_{n,0}$ :

$$J_{n,0} = \int_0^{2\pi}\left|(x^n\cos^n t + y^n\sin^n t)^{\frac{1}{2}}\right| df(t).$$

Ayant assuré l'égalité des cotes du cône $J_{n,0}$, avec un second $I_n$ affine au cône générateur, pour $x$ nul, $y$ nul, il sera possible d'interpréter les cotes relatives de $J_{n,0}$ et de $I_n$, en un plan auxiliaire, comme les longueurs de l'arc et de la corde d'un même morceau de courbe, mesurées selon une métrique variationnelle régulière appropriée.

Avec l'inégalité de convexité il suit :

$$(2) \qquad I_1(x, y) \geqq J_{n,0}(x, y) \geqq I_n(x, y).$$

Égalité seulement pour $x$ nul, $y$ nul. Pareille circonstance se retrouvera pour les $J_2$ généraux $e(\alpha)$ donné.

Il s'ensuit que le choix de $J_{n,0}$ analytique convexe n'assure pas la résolubilité de l'équation intégrale. Il intervient une *condition nécessaire d'encadrement* de la surface du cône $J_{2,0}$ par celles des cônes $I_1$, $I_2$.

Par ailleurs, dans le cas spécial $J_{2,0}$, j'ai montré que les différentes répartitions massiques donnant lieu au même $I_2$ permettent de remplir par des $J_{2,0}$ le domaine de $z = 1$ compris entre $I_1$ et $I_2$, cette possibilité de remplissage n'étant pas une validation de réciproque.

Dans le cas $J_{1,0}$ on aura immédiatement l'identité $J_{1,0} \equiv I_1$ ce qui pourra permettre des résultats généraux (B).

3. Il s'agit des seules indicatrices avec axes de symétrie rectangulaires livrées tour à tour par $J_1$ et $J_2$. Soient A et B deux sommets non diamétralement opposés. On obtient alors ces résultats.

*a*. Les ellipses s'obtiennent par $J_1$ avec une densité constante sur la circonférence $r = 1$ et par $J_2$ avec une masse unique sur sa partie $0 \leqq u < \pi$.

*b*. La masse unique prise avec $J_1$ dans les conditions susdites donne les losanges. On retrouve ces derniers avec $J_2$ par des masses provenant des valeurs $u = 0$, $u = \pi/2$ livrant A et B respectivement.

Ce cas limite ne se réalise dans le schéma (F, Cl) que sous annulation du jacobien $(\mathbf{M}_u, \mathbf{M}_v, \mathbf{M}_{uv})$, étant respectée toutefois la biunivocité locale.

4. Voici maintenant le cas d'indicatrice algébrique provenant des plans

clivants $x=\theta$ et des $\infty^2$ fibres $y=v$, $z=f(u, x)$ en imposant à $f$ d'être croissante en $u$ : pour $0 \leq \theta < 1$, on a

$$J_2^*(du, dv) = \int_0^1 \sqrt{(1+f_x)^2 du^2 + f_u^2 dv^2}\, dx.$$

Et en prenant pour (F, G) une solution du système

$$f_u G(u, x) = (1+f_x)^{\frac{1}{2}} + 2FF_x,$$

on obtient l'indicatrice

$$\sqrt{\eta^2} = [\xi^2 + G(u, 1)\,\eta^2]^{\frac{3}{2}} - [\xi^2 + G(u, 0)\,\eta^2]^{\frac{3}{2}},$$

algébrique de degré 12.

(1) G. Bouligand, *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 345 (B).
(2) M. Coz, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 1873.

(*Institut Henri Poincaré*, 11, *rue Pierre-Curie*, *Paris*, 5e.)

## *Observations au sujet de la Note de* M. Marcel Coz, par M. **Georges Bouligand.**

La Note montre l'intérêt d'une étude systématique sur les rapprochements entre modèles et sur les relations d'inégalités auxquels ils donnent lieu. Les modèles qu'on peut tirer du choix (Ch″) lié à une $J_2$ ou à une $J_n$ ne peuvent finalement s'obtenir, même en cas d'analyticité, qu'en imposant la condition d'encadrement, au départ cachée, que l'auteur établit simplement et utilise pour situer les circonstances exceptionnellement favorables propres au modèle (Ch′).

En outre, le processus qu'il adopte pour rattacher à une $J_1$ (Conséquence *a*) tous les espaces de Riemann donne aussi le cas le plus large où les indicatrices sont équivalentes, à une transformation linéaire près; ce cas dérive d'une intégrale analogue à celle du premier membre de (R) (n° 1) où l'on remplace $dt$ par $df(t)$ tandis que $a$, $a'$, $b$, $b'$ fonctions de $u$, $v$ restent soumises aux mêmes hypothèses.

## CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Relations et triangles servant à la résolution ou à l'illustration des problèmes de dépouillements.* Note (*) de M. **Pierre Dufresne**, présentée par M. Émile Borel.

*Relations.* — Soient un certain nombre de points A, B, C, D, ..., N situés sur un axe dans un ordre quelconque.

Le produit $\overline{KA}.\overline{KB}.\overline{KC}.\overline{KD}\ldots\overline{KN}$ des différents vecteurs ayant le point K pour origine et l'un quelconque des autres points A, B, C, D, ..., N, pour extrémité sera désigné par $\overline{KA}\ldots\overline{KN}$.

Première relation :

$$\frac{1}{\overline{AB}\ldots\overline{AN}}+\frac{1}{\overline{BA}\ldots\overline{BN}}+\ldots+\frac{1}{\overline{KA}\ldots\overline{KN}}+\ldots+\frac{1}{\overline{NA}\ldots\overline{NM}}=0.$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Deuxième relation : Soit X un autre point situé sur le même axe.

$$\frac{\overline{AX}}{\overline{AB}\ldots\overline{AN}}+\frac{\overline{BX}}{\overline{BA}\ldots\overline{BN}}+\ldots+\frac{\overline{KX}}{\overline{KA}\ldots\overline{KN}}+\ldots+\frac{\overline{NX}}{\overline{NA}\ldots\overline{NM}}=0.$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*Triangles.* — Soit une collection de $\theta$ objets dont respectivement $a, b, c, \ldots, n$ appartenant aux familles A, B, C ... N. On suppose que cette collection sera dépouillée objet par objet ce qui donnera $(\theta - 1)$ résultats partiels et un résultat complet, et qu'une condition a été posée à laquelle devront satisfaire les $(\theta - 1)$ résultats partiels et le résultat définitif.

On appelle dépouillement favorable un dépouillement qui satisfait depuis le premier objet sorti jusqu'au dernier à la condition posée.

Le problème consiste à calculer en fonction de $a, b, c, \ldots, n$ et $\theta$ les nombres des dépouillements favorables.

Il est toujours possible d'utiliser un lemme très général : « Ou le résultat final, et il est connu à l'avance, vérifie la condition imposée ou il ne la vérifie pas. S'il ne la vérifie pas c'est qu'il n'y a pas de dépouillement favorable; s'il la vérifie c'est la preuve que ce n'est pas le dernier objet sorti de la collection qui peut empêcher un dépouillement d'être favorable. Par suite le nombre des dépouillements favorables des $\theta$ objets est la somme de tous les dépouillements favorables possibles des mêmes objets moins un, l'objet retranché appartenant à n'importe quelle famille ».

C'est ce même lemme qui permet d'établir des tableaux ou des triangles imités du triangle arithmétique de Pascal donnant les nombres des dépouillements favorables.

Lorsque les objets appartiennent à deux familles A, B ce seront des tableaux à double entrée établis en fonction de $a$ et de $b$, de $\theta$ et de $a$, ou de $\theta$ et de $b$.

Lorsque les objets appartiennent à plus de deux familles la représentation n'est pas aussi aisée. Dans le cas de trois familles A, B, C on peut utiliser une suite de tableaux, tous établis en fonction de $a$ et de $b$ par exemple, et chacun correspondant à une valeur déterminée de $c$.

*Tableau donnant en fonction de θ et de b les nombres de dépouillements différents possibles au cours desquels les objets sortis appartenant à une famille A sont toujours plus nombreux que ceux appartenant à une autre famille B (Problème du scrutin).*

| θ \ b | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | | |
| 2 | 1 | | | | | |
| 3 | 1 | 1 | | | | |
| 4 | 1 | 2 | | | | |
| 5 | 1 | 3 | 2 | | | |
| 6 | 1 | 4 | 5 | | | |
| 7 | 1 | 5 | 9 | 5 | | |
| 8 | 1 | 6 | 14 | 14 | | |
| 9 | 1 | 7 | 20 | 28 | 14 | |
| 10 | 1 | 8 | 27 | 48 | 42 | |
| 11 | 1 | 9 | 35 | 75 | 90 | 42 |

(*) Séance du 11 janvier 1954.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Résultats relatifs aux éléments aléatoires prenant leurs valeurs dans un espace de Banach réflexif non séparable.* Note de M. **Albert Badrikian**, présentée par M. Georges Darmois.

L'objet de cette Note est d'étendre aux éléments aléatoires prenant leurs valeurs dans un espace de Banach non séparable et réflexif des résultats obtenus par M[lle] Mourier dans le cas séparable.

1° La loi forte des grands nombres pour la convergence forte;

2° Le « théorème de Bochner » généralisé.

1. *Loi forte des grands nombres :*

Théorème. — *Soit* $(X_n)$ *une suite strictement stationnaire d'éléments aléatoires à valeurs dans un espace de Banach* F, *intégrables au sens de Bochner; la suite* $\left(1/n\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$ *converge fortement presque sûrement vers une limite* Y *qui est un élément aléatoire du type des* $X_n$.

M[lle] Mourier (¹) a démontré ce théorème en supposant F séparable. Sa démonstration reste valable sans cette restriction car :

1° un élément aléatoire intégrable au sens de Bochner prend presque sûrement ses valeurs dans un sous-espace séparable de F;

2° le théorème d'Egoroff suivant lequel la limite d'une suite de fonctions mesurables est une fonction mesurable, reste vrai quand ces fonctions prennent leurs valeurs dans un espace métrisable.

2. *Le théorème de Bochner.* — Soit F un Banach *réflexif*, $F^*$ son dual; $\varphi(x^*)$ une fonction définie sur $F^*$, fortement continue, de type positif et telle que

$\varphi(0)=1$. M[lle] Mourier a cherché si $\varphi$ est la caractéristique d'un élément aléatoire à valeurs dans F ; elle a obtenu le résultat suivant : la réponse est positive si F est séparable et si $\varphi$ satisfait à une certaine condition dite « condition (C) ».

Nous allons supprimer la restriction « F séparable » et pour cela, suivre une méthode de démonstration différente, et modifier légèrement la condition (C).

Dans tout ce qui suit nous considérons la topologie affaiblie sur F. Soit $\mathcal{F}$ l'ensemble des sous-espaces vectoriels N faiblement fermés de F, de codimension finie : c'est une base de filtre convergeant faiblement vers zéro.

Soit $P_N$ l'homomorphisme canonique de F sur $F_N = F/N$ ($F_N$, espace vectoriel de dimension finie est muni de la topologie habituelle).

Si $N_1 \subset N_2$ on a un homomorphisme canonique $P_{N_2N_1}$ de $F_{N_1}$ sur $F_{N_2}$ tel que $P_{N_2}(x) = P_{N_2N_1}(P_{N_1}(x))$ pour tout $x \in F$.

Soit en outre $\varphi(x^*)$ une fonction définie sur $F^*$, fortement continue, de type positif et telle que $\varphi(0)=1$. La restriction $\varphi_N$ de $\varphi$ à un sous-espace vectoriel de $F^*$ de dimension finie est continue et de type positif. Donc d'après le théorème de Bochner classique : $\varphi_N$ est la transformée de Fourier d'une mesure de Radon positive $\mu_N$ sur $F_N$ de masse totale 1.

Pour tout $N \in \mathcal{F}$ on a une mesure positive $\mu_N$ sur $F_N$. La famille des mesures $(\mu_N)$ est telle que $\mu_{N_2} = P_{N_2N_1}(\mu_{N_1})$ pour tout $N_1 \subset N_2$.

Il s'agit de chercher s'il existe une mesure abstraite unique $\mu$, définie sur un corps borélien sur F, telle que : pour tout $N \in \mathcal{F}$ on ait $\mu_N = P_N(\mu)$.

Soit $A_N$ un ensemble borélien dans $F_N$; on appelle ensemble cylindrique défini par $A_N$ l'ensemble : $A = \overset{-1}{P}_N(A_N)$. Quand N et $A_N$ varient, les ensembles cylindriques forment un corps (ou clan) $\mathcal{B}$ sur F.

Si $A \in \mathcal{B}$ est défini par $A_N \subset F_N$ on pose $\mu(A) = \mu_N(A_N)$.

La fonction $A \to \mu(A)$ définie sur $\mathcal{B}$ est additive. Pour que $\mu$ soit prolongeable d'une manière unique il suffit qu'elle soit complètement additive sur $\mathcal{B}$ ou encore que :

Si $(E_i)$ est une suite décroissante d'ensembles cylindriques telle que $\lim_{i\to\infty} \mu(E_i) = l > 0$, alors $\bigcap_{i=1}^{\infty} E_i \neq \emptyset$.

Soit $E_{N_k} \subset F_{N_k}$ ($N_k \in \mathcal{F}$) définissant $E_k$, et $D_{N_k}$ compact contenu dans $E_{N_k}$ tel que $\mu_{N_k}(D_{N_k}) \geq \mu_{N_k}(E_{N_k}) - (\varepsilon/2^k)$.

$D_{N_k}$ définit un ensemble cylindrique $D_k \subset E_k$ tel que $\mu(D_k) \geq \mu(E_k) - \varepsilon/2^k$.

Posons $C_n = \bigcap_{k=1}^{n} D_k$.

Soit $S(a)$ la boule fermée de F de centre zéro de rayon $a$; les ensembles $C_n \cap S(a)$ sont faiblement fermés dans $S(a)$ et forment une suite décroissante. Donc, puisque, F étant réflexif, $S(a)$ est faiblement compacte, si aucun n'est vide, leur intersection est non vide.

*A fortiori* $\bigcap_i E_i \neq \emptyset$.

Si nous supposons que $\varphi$ satisfait à la condition suivante :

Condition (C′) : $\inf_{N\in\mathcal{F}} \mu_N[P_N(S(a)] = \rho(a) \to 1$ quand $a \to +\infty$, la démonstration de M^lle Mourier, qui reste valable, montre que : pour $a$ suffisamment grand : $C_n \cap S(a) \neq \emptyset$ pour tout $n$. Donc $\mu$ est prolongeable.

THÉORÈME. — *Si* F *est un espace de Banach réflexif et* $\varphi(x^\star)$ *une fonction définie positive sur* $F^\star$, *telle que* $\varphi(0) = 1$ *et satisfaisant à la condition* (C′), *il existe un élément aléatoire à valeurs dans* F *dont* $\varphi$ *est la caractéristique.*

(1) M^lle MOURIER, *Thèse*, 1952, Paris.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une méthode matricielle pour le calcul de la fonction* O. C. *du test binomial de Wald.* Note (*) de M. **JEAN MÉRIC**, présentée par M. Joseph Pérès.

Le test binomal de Wald étant ramené à un problème de marche au hasard dans le plan, suivant la méthode utilisée par M. G. Pólya, la présente Note indique un procédé matriciel pour le calcul de la fonction O. C.

Dans une Note récente (1) nous avons montré comment on pouvait à partir d'une relation de récurrence indiquée par M. G. Pólya, calculer la fonction O.C. du test binomial de Wald, et préciser la forme de cette fonction. Une étude plus précise nécessitait le calcul explicite des coefficients $c_0$, $c_1$, ..., $c_r$ de la relation de récurrence, ce qui conduit, dans le cas général à des expressions peu maniables. Nous donnons ici le principe d'une méthode matricielle plus pratique.

La relation de récurrence résulte de l'élimination de $(a-1)$ inconnues entre les $a$ équations d'un système linéaire homogène à $a$ inconnues (2). Ce système est équivalent à une égalité matricielle de la forme

$$A\{K_j\} = \{0\}, \tag{1}$$

A désignant une matrice carrée d'ordre $a$, dont les éléments $a_{ij}$ sont des polynomes en E. En faisant intervenir les probabilités $P_i$ et l'opérateur I, compte tenu des relations (3)

$$P_i = K_i p^{\xi_i} q^{\eta_{i+1}}; \qquad IP_i = uEK_i p^{\xi_i} q^{\eta_{i+1}}.$$

On obtient l'égalité matricielle équivalente à (1)

$$B\{P_i\} = \{0\}, \tag{2}$$

B étant une matrice carrée d'ordre $a$, dont les éléments $b_{ij}$ sont des polynomes

en I de la forme

$$b_{ij} = \beta_0 + \beta_1 I + \ldots + \beta_s I^s.$$

La division de ces polynomes par I — 1 donne

(3) $$b_{ij} = (I - 1)\, q_{ij} + r_{ij}.$$

La matrice B apparaît alors comme la somme de deux matrices

(4) $$B = (I - 1) Q + R$$

et l'égalité matricielle (2) peut s'écrire

(5) $$R\{P_i\} = (1 - I)\, Q\{P_i\}.$$

En multipliant les deux membres par $(1 + I + I^2 + \ldots)$, nous obtenons

(6) $$R\{(1 + I + I^2 \ldots) P_i\} = Q\{P_i\}.$$

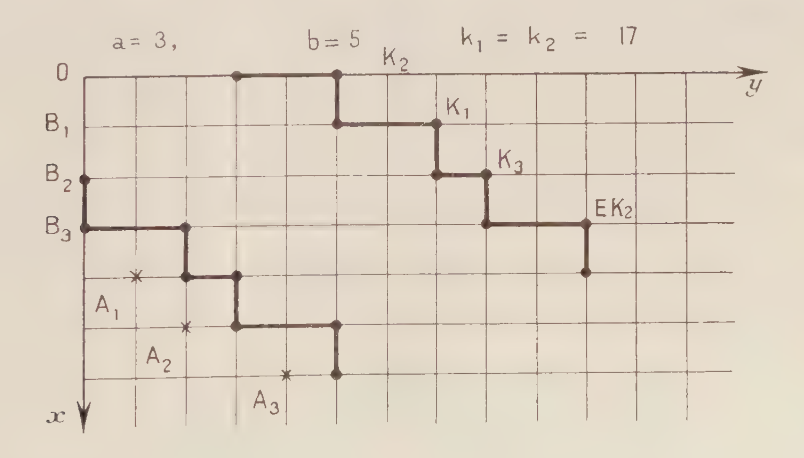
Or, $L_i = (1 + I + I^2 \ldots) P_i$ représente la probabilité que le test se termine par l'acceptation en un point de coordonnées :

$$\zeta_i + \lambda_a,\ \eta_i + 1 + \lambda b \qquad (\lambda = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \infty)$$

et la somme $\sum_{i=1}^{a} L_i$ n'est autre que la fonction d'efficacité $L(p)$. La relation (6) s'écrit donc encore

(7) $$\{L_i\} = R^{-1} Q\{P_i\}.$$

Les coefficients de Q étant des polynomes en I *de degré fini*, le calcul de $Q\{P_i\}$ fait intervenir un nombre fini de points de $P_y$. La relation (7) permet donc le calcul de la fonction O. C.




*Application numérique.* — Elle correspond aux valeurs des constantes :
En exprimant, en fonction des $E^j K_i$ les valeurs de $K(x, y)$ aux points $A_1$,

$A_2$, $A_3$, et en les égalant à zéro, on obtient la relation (1) avec

$$A = \begin{bmatrix} E - 20 & 1 - 9E & 21 \\ 5 - 10E & 28E & E - 20 \\ 28E & E(E - 20) & 1 - 9E \end{bmatrix}.$$

En introduisant les $I^j P_i$, on en déduit la relation (2) avec

$$B = \begin{bmatrix} (I - 20u) & v(u - 9I) & 21v^2 \\ u(5u - 10I) & v.28uI & v^2(I - 20u) \\ 28uI & v(I^2 - 20uI) & v^2(u - 9I) \end{bmatrix}$$

La division des $b_{ij}$ par $(I - 1)$ donne (4) avec

$$R = \begin{bmatrix} 1 - 20u & v(u - 9) & 21v^2 \\ u(5u - 10) & 28vu & v^2(1 - 20u) \\ 28u & (1 - 20u) & v^2(u - 9) \end{bmatrix};$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -9v & 0 \\ -10u & 0 & v^2 \\ 28u & v[I + 1 - 20] & -9v^2 \end{bmatrix}.$$

La relation (6) permet alors de calculer $\{L_i\}$.

*Calcul de* $Q\{P_i\}$. — En égalant à 1 les valeurs de $K(x, y)$ aux points O, $B_1$, $B_2$, $B_3$, nous obtenons le système :

$$1 = K_2; \quad 1 = K_1 - 5K_2; \quad 1 = -7K_1 + 10K_2 + K_3;$$
$$1 = 21K_1 - 10K_2 + 8K_3 + EK_2$$

qui a pour solution

$$K_1 = 6; \quad K_2 = 1; \quad K_3 = 33; \quad EK_2 = 149.$$

On en déduit $P_1$, $P_2$, $P_3$, $IP_2$, et finalement

$$Q\{P_i\} = \frac{v^{19}}{u^6} \begin{bmatrix} 3 \\ u \\ 1 \end{bmatrix}.$$

*La matrice* $R^{-1}$ s'écrit

$$R^{-1} = \frac{1}{v^2} \frac{\begin{bmatrix} v^2(372u^2 + 212u + 1), & v^2(u^2 - 402u + 60), & v^2(20u^2 + 407u + 9) \\ v(5u^3 + 505u^2 + 62u), & v(20u^2 + 407u + 9), & v(295u^2 + 107u + 1) \\ 100u^3 + 579u^2 + 10u, & 372u^2 + 212u + 1, & 5u^3 + 505u^2 + 62u \end{bmatrix}}{5u^4 - 4880u^3 + 3808u^2 - 156u + 1}.$$

Enfin d'après (6)

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \frac{v^{17}}{u^6} \frac{\begin{bmatrix} v^2(u^3 - 694u^2 - 169u + 6) \\ v(5u^3 - 813u^2 - 7u + 1) \\ 77u^3 - 1020u^2 + 33u \end{bmatrix}}{5u^4 - 4880u^3 + 3808u^2 - 156u + 1}.$$

Avec les méthodes utilisées dans cette application, les calculs de R, Q et

surtout du produit $Q\{P_i\}$, sont longs. Nous nous proposons dans un prochain travail, de les alléger, en donnant :

1° Une méthode pour déterminer les éléments de R et Q connaissant ceux de A, sans effectuer les divisions par $(I-1)$.

2° Un procédé pour calculer directement le produit $Q\{P_i\}$, ne nécessitant pas le calcul intermédiaire des $E^j K_i$.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1500.

(2) *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1377.

(3) Pour les notations, *voir* (1), (2) ainsi que *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1255.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le calcul des ondes courtes parallèles au bord dans un liquide pesant sur un fond incliné.* Note de M. **Maurice Roseau**, présentée par M. Henri Villat.

Les petites vibrations d'une masse liquide pesante sur un fond incliné de l'angle $\alpha$ sous l'horizon, dans l'hypothèse d'ondes courtes parallèles au bord $(k>1)$, peuvent être représentées par des potentiels $\varphi_j^{(p)}$ dont le calcul a fait l'objet de plusieurs Notes antérieures [1].

On se propose d'étudier de façon plus précise leurs propriétés dans le cas $\pi-2\theta\neq 2n\alpha$, $n$ entier, $k=1/\cos\theta$, $0<\theta<\pi/2$.

On peut exprimer la fonction $h(\rho)$ par la formule

$$h(\rho)=\frac{1}{2}\operatorname{Log}\left(\frac{1}{\rho^{\frac{2\pi}{\alpha}}}-\frac{2\cos\frac{\pi}{\alpha}(\pi-\theta)}{\rho^{\frac{\pi}{\alpha}}}+1\right)-\frac{1}{2}\operatorname{Log}\prod_{q=1}^{k}\left(\frac{1}{\rho^4}-\frac{2\cos 2(\theta+2q\alpha)}{\rho^2}+1\right).$$

Dans l'hypothèse $\alpha=\pi/2m$, $m$ entier, la fonction $g(\zeta)$ est uniforme et égale à

$$g(\zeta)=\frac{\prod_{q=0}^{m}(\zeta-a\,e^{-2qi\alpha})(\zeta+b\,e^{2qi\alpha})}{\zeta^{2m+2}},\qquad a=i\,e^{-i\theta},\qquad b=i\,e^{i\theta}.$$

Les solutions $\varphi_2^{(p)}$ sont nulles, mais $\varphi_1^{(p)}$ a une singularité d'ordre $1/r^{p(\pi/\alpha)}$ à l'origine $(p\geq 1)$.

Si $\alpha\neq\pi/2m$, $m$ entier, afin d'étudier les solutions $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$ il est souhaitable d'avoir une représentation de la fonction $g(\zeta)$ dans les quadrants $\pi/2<\arg\zeta<\pi$ et $-\pi<\arg\zeta<-(\pi/2)$ du feuillet 0.

Désignant par $G_+(\zeta)$ ou $G_-(\zeta)$ la fonction $\exp\left\{1/(\pi i)\int_{i\infty}^{-i\infty}h(|z|)\,dz/(z-\zeta)\right\}$ selon que $\operatorname{Re}\zeta>0$ ou $\operatorname{Re}\zeta<0$, on doit réaliser le prolongement analytique au travers de l'axe imaginaire pur de la fonction $G(\zeta)$ qui est définie dans le demi-plan $\operatorname{Re}\zeta>0$ par $G(\zeta)=G_+(\zeta)$.

On peut ainsi obtenir l'expression suivante de la fonction $g(\zeta)$, valable dans le quadrant $\pi/2 < \arg\zeta < \pi$ du feuillet o :

$$g(\zeta) = \left(1 - \frac{2\cos\frac{\pi}{\alpha}(\pi-\theta)}{\zeta^{\frac{\pi}{\alpha}}} e^{i\frac{\pi^2}{2\alpha}} + \frac{e^{i\frac{\pi^2}{\alpha}}}{\zeta^{\frac{2\pi}{\alpha}}}\right) \frac{G_-(\zeta)(\zeta-a)(\zeta+b)\zeta^{2k-2}}{\prod_{q=1}^{k}(\zeta - b\,e^{2qi\alpha})(\zeta + a\,e^{-2qi\alpha})}.$$

On obtient l'expression de $g(\zeta)$ dans le quadrant $-\pi < \arg\zeta < -\pi/2$ du même feuillet en changeant $i$ en $-i$ dans la formule précédente.

Grâce à cela on peut prouver les faits suivants :

si $3\pi - 2\theta \neq (2l+1)2\alpha$ et $\alpha \neq \pi/2m$, $m$, $l$ entiers, la combinaison linéaire $\cos(\pi^2/\alpha)\varphi_2^{(0)} - \sin(\pi^2/\alpha)\varphi_1^{(0)}$ a une singularité logarithmique à l'origine ;

Si $3\pi - 2\theta = (2l+1)2\alpha$, ou $\alpha = \pi/2m$, $l$, $m$ entiers, on a

$$\cos\frac{\pi^2}{\alpha}\varphi_2^{(0)} - \sin\frac{\pi^2}{\alpha}\varphi_1^{(0)} = 0.$$

On établit d'autre part les formules $\sum_{q=p-2}^{p}(A_q\varphi_1^{(q)} + B_q\varphi_2^{(q)}) = 0$, $A_q$, $B_q$ réels définis par

$$A_{p-2} + iB_{p-2} = i\,e^{(3-p)i\frac{\pi^2}{\alpha}}, \qquad A_{p-1} + iB_{p-1} = -2i\cos\frac{\pi}{\alpha}(\pi-\theta)\,e^{\left(\frac{3}{2}-p\right)i\frac{\pi^2}{\alpha}},$$

$$A_p + iB_p = i\,e^{-pi\frac{\pi^2}{\alpha}}.$$

On utilise cette relation d'abord pour $p = 2$, en tenant compte de $\varphi_j^{(1)} = (-1)^j\varphi_j^{(0)}$ ; on peut voir ainsi qu'on obtient une suite infinie de solutions indépendantes en associant à $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$, pour chaque entier $p > 1$, l'une quelconque des solutions $\varphi_1^{(p)}$ ou $\varphi_2^{(p)}$ dont la singularité à l'origine est exactement d'ordre $1/r^{p\pi/\alpha}$.

Nous rappelons enfin que toutes les solutions obtenues tendent vers zéro à l'infini au large.

(1) M. Roseau, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2472 ; 246, 1958, p. 53, 226 et 369.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la propagation d'une houle complexe.* Note de M. **André Daubert**, présentée par M. Henri Villat.

Nous nous proposons de compléter les résultats de nos Notes (1) et (2), dont nous reprenons toutes les notations, en discutant des lois de propagation de la houle complexe. Plusieurs effets non linéaires nouveaux seront mis ainsi en évidence.

Les paramètres qui interviennent dans les formules (2) de (1) et (3) de (2)

sont définis par le système de $n$ relations implicites ($i=1, 2, \ldots, n$) :

$$
\begin{aligned}
(4)\quad & [\mu_i c_i^2 \operatorname{ch}\alpha_i - g \operatorname{sh}\alpha_i]\left[1 - \frac{\coth 2\alpha_i}{c_i}\int_{-\mathrm{H}}^{0}\zeta \operatorname{sh} 2 w_i\, dy_0\right] \\
& + \frac{1}{c_i}[\mu_i c_i^2 \operatorname{sh}\alpha_i - g\operatorname{ch}\alpha_i]\left[\int_{-\mathrm{H}}^{0}\zeta\left(1+\frac{\nu}{c_i}\right)\operatorname{sh} 2 w_i\, dy_0 + 2 b_i \int_{-\mathrm{H}}^{0}\zeta \mu_i \mathrm{L}_i \operatorname{ch} w_i\, dy_0\right] \\
& - \frac{1}{4}\mu_i^3 b_i^2 c_i^2 \operatorname{ch}\alpha_i + \frac{9}{16}\mu_i^2 \frac{b_i^2}{s_i}[\mu_i c_i^2 \operatorname{ch} 3\alpha_i - g \operatorname{sh} 3\alpha_i] \\
& - \frac{1}{2}\sum_j \mu_j^2 b_j^2 \left[\mu_i c_i c_j \operatorname{ch} 2\alpha_j \operatorname{ch}\alpha_i + g\frac{c_j}{c_i}\operatorname{sh}\alpha_i \operatorname{ch} 2\alpha_j\right] \\
& + \frac{1}{8}\sum_j \mu_j b_j^2 \Big\{ \mu_i [\mu_i c_i^2 \operatorname{ch}(2\alpha_j+\alpha_i) - g \operatorname{sh}(2\alpha_j+\alpha_i)] \\
& \qquad\qquad + \frac{2\mu_j^2}{\mu_i+\mu_j}\frac{c_j}{c_i}[\mu_i c_i^2 \operatorname{ch}(2\alpha_j+\alpha_i) + g\operatorname{sh}(2\alpha_j+\alpha_i)]\Big\} \\
& - \frac{1}{2}\sum_{j\neq i}^{*} b_j^2 \frac{\mu_j \mu_i^2 c_i^2}{\mu_i c_i + \mu_j c_j}[\mu_i c_i + 2\mu_j c_j]\operatorname{ch}\alpha_i \\
& + \frac{1}{4}\sum_{j\neq i}^{*} b_j^2 \frac{\mu_j \mu_i^2 c_i}{\mu_i c_i + \mu_j c_j}[\mu_i c_i^2 + 2\mu_j c_i c_j - \mu_j c_j^2]\operatorname{ch}\alpha_i \\
& - \frac{1}{4}\sum_{j\neq i}^{*} b_j^2 \frac{\mu_j^3 c_j}{(\mu_i-\mu_j)(\mu_i c_i + \mu_j c_j)} \\
& \qquad \times \Big\{[\mu_i^2 c_i^2 - (\mu_i-\mu_j)\mu_j c_j^2 + \mu_i\mu_j c_i c_j]\operatorname{ch}(2\alpha_j-\alpha_i) \\
& \qquad\qquad - g\mu_j \frac{c_i+c_j}{c_i}\operatorname{sh}(2\alpha_j-\alpha_i)\Big\} \\
& - \frac{1}{4}\sum_{j\neq i}^{*} b_j^2 \mu_j \Big\{[\mu_i^2 c_i^2 - \mu_j c_j^2 - \mu_i\mu_j c_i c_j]\operatorname{ch}(2\alpha_j+\alpha_i) \\
& \qquad\qquad - g\left[\mu_i + \mu_j + \mu_j\frac{c_j}{c_i}\right]\operatorname{sh}(2\alpha_j+\alpha_i)\Big\} = 0,
\end{aligned}
$$

où $\sum_j$ est le symbole ordinaire de sommation en $j=1, 2, \ldots, n$, dans $\sum_{j\neq i}$ l'indice $j$ prend les mêmes valeurs que précédemment, excepté la valeur $i$. On a posé, avec ces conventions pour les indices :

$$
\sum_j^{*} a_j = \sum_j a_j + \sum_{j\neq i} a'_j, \qquad \sum_{j\neq i}^{*} a_j = \sum_{j\neq i} a_j + \sum_{j\neq i} a'_j,
$$

où $a'_j$ se déduit de $a_j$ en changeant $\mu_j$ en $-\mu_j$.

*a*. Les formules (2) de ([1]) permettent d'exprimer le champ des vitesses en fonction des $\mathrm{V}_i$ et de $y$ ($i=1, 2, \ldots, h$). On constate ainsi qu'il n'y a propagation de ce champ des vitesses que dans le cas où $i$ ne prend qu'une seule valeur $i_0$, c'est-à-dire pour la houle pure. Dans ce dernier cas, en prenant des axes entraînés à la vitesse uniforme $c_{i_0}+\nu_0$, le mouvement devient permanent. Ceci n'a plus lieu pour la houle complexe.

*b*. Considérons l'équation explicite (3) [*cf.* (²)] de la surface libre.

Le raisonnement ci-après est valable également pour les équations (2) de (¹). Si l'on porte son attention sur l'ensemble des termes où n'intervient qu'une seule et même valeur $i'$ de l'indice $i$, on retrouve la représentation cartésienne de la surface d'une houle pure. L'ensemble de ces termes constituera ce que nous appellerons une pseudo-houle pure. La surface libre correspondante sera de même forme que celle de la houle pure de même nombre d'onde $\mu_{i'} = 2\pi/\lambda_{i'}$ et de même amplitude $b_{i'}$ ; mais elle se propagera avec une « pseudo-célérité » $(c_{i'} + \nu_0)$ différente de la célérité de la houle pure de mêmes caractéristiques. On met ainsi en évidence le fait que la houle complexe se compose de $n$ pseudo-houles pures. Pour reconstituer la houle complexe, l'équation (3) montre qu'il faut encore superposer des pseudo-houles d'interaction, induites par les pseudo-houles pures ; c'est la conséquence de la non-linéarité des équations de mouvement. Elles sont représentées par la somme des termes dont les indices ont des valeurs fixées, deux au moins de ceux-ci étant distincts. Leurs caractéristiques (amplitude, nombre d'onde et pseudo-célérité) sont déterminées par celles des pseudo-houles pures qui les induisent.

La superposition de toutes ces pseudo-houles ne donne plus une surface libre indéformable.

Enfin, dans le cas où le rotationnel n'est pas nul, signalons que non seulement les pseudo-célérités des pseudo-houles pures sont différentes des célérités des houles pures de mêmes longueur d'onde et amplitude, mais elles diffèrent aussi, pour deux pseudo-houles pures, de mêmes longueur d'onde et amplitude, se propageant simultanément en sens inverses. Cette dissymétrie dans les pseudo-célérités, due au rotationnel non symétrique, peut être supprimée dans le cas où $n = 2$, en disposant de la constante $\nu_0$, c'est-à-dire en définissant les axes fixes en conséquence.

(¹) A. Daubert, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1878.
(²) A. Daubert, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2006.

ASTROPHYSIQUE. — *Remarques sur la polarisation dans le milieu* H II. Note de M. **Stanislas Grzedzielski**, présentée par M. André Danjon.

On montre que, dans le cas du mécanisme Davis-Greenstein, il est probable qu'une importante fraction de la polarisation est produite dans le milieu raréfié H II.

L'analyse statistique des observations de la polarisation a entraîné K. Serkowski (¹) à supposer qu'une importante fraction de la polarisation observée était produite dans le milieu raréfié qui s'étend entre les nuages H I. Le but de cette Note est d'estimer l'efficacité de la production de la polarisation dans ce milieu.

Considérons les conditions physiques les plus probables. Il y a de fortes raisons de supposer que le milieu raréfié, de densité de l'ordre d'un dixième d'atome d'hydrogène par centimètre cube, est presque complètement ionisé, en raison des grands rayons des sphères de Strömgren pour les faibles densités (600 pcs pour une étoile 05 et $n = 0,1$ atome H par centimètre cube).

La condition que les particules rapides des rayons cosmiques soient retenues dans notre Galaxie, exige l'existence d'un champ magnétique de l'ordre de $10^{-6}$ à $10^{-5}$ gauss *aussi* à l'extérieur des nuages H I; de même, les considérations récentes sur la couronne gazeuse galactique (Pikelner, Spitzer, Shklowski) envisagent l'existence dans le milieu raréfié H II, d'un champ de $10^{-7}$ à $10^{-5}$ gauss. En outre, le milieu H II est probablement fortement turbulent; l'intérieur des nuages H I l'est aussi : la vitesse turbulente est 3,5 km/s selon les raies $Ca^{+}$, et 2,3 km/s selon la raie 21 cm ([3]). Nous pouvons donc nous attendre à ce que les caractéristiques statistiques du champ magnétique soient les mêmes dans les nuages H I et dans le milieu raréfié H II. L'état turbulent du milieu interstellaire doit résulter d'un mélange intense de la matière entre les nuages H I et le milieu H II. Ainsi, l'indice de réfraction et la non-sphéricité des grains ne doivent pas dépendre de la région; de plus, la densité des poussières doit être liée à la densité du gaz; nous supposons ci-dessous qu'elles sont proportionnelles.

Dans ce cas là, la valeur moyenne du rapport $P_2/P_1$, de la polarisation produite *seulement* dans le milieu H II à la polarisation produite *seulement* dans les nuages H II s'exprimera [pour le mécanisme Davis-Greenstein ([2]) ] par

$$(1)\qquad \frac{P_2}{P_1} \cong (1-\varphi)^{-1}\,\frac{l_2}{l_1}\,\frac{T_{g_1}}{T_{g_2}}\,\frac{\overline{T_2^{-\frac{1}{2}}}}{\overline{T_1^{-\frac{1}{2}}}},$$

où $l_1$ et $l_2$ sont les parcours effectués par la lumière des étoiles, respectivement dans les nuages H I et le milieu H II, $T_{g_1}$ et $T_{g_2}$, les températures internes des grains; $T_1$ et $T_2$, les températures cinétiques des nuages H I et du milieu H II; le facteur $(1-\varphi)^{-1}$ décrit l'influence du potentiel électrostatique de grain sur la section-choc effective de grain pour les collisions avec les protons; sa valeur numérique pour un gaz de protons et d'électrons est 0,37.

Selon van de Hulst ([3]), il y a sept nuages H I par kiloparsec; leur volume total occupe 14 % de l'espace, ce qui donne 20 pc pour la valeur moyenne de la corde d'un nuage sphérique. Il en résulte que $l_2/l_1 \cong 7$. Pour estimer la valeur de $T_{g_1}/T_{g_2}$ considérons le bilan énergétique du grain

$$(2)\qquad \int_0^\infty Q_{abs}(x)\,\pi a^2 c u_\lambda\, d\lambda + E^{(c)} = \int_0^\infty Q_{abs}(x)\,\pi a^2\, B(\lambda, T_g)\, d\lambda$$

qui détermine la température interne de grain. $Q_{abs}(x)\pi a^2$ est ici la section effective pour l'absorption du rayonnement de longueur d'onde $\lambda = 2\pi a/x$

(où $a$ est le rayon géometrique du grain), $u_\lambda$ la densité spatiale (par l'unité de longueur d'onde) de rayonnement dilué des étoiles, $B(\lambda, T_g)$ la fonction de Planck pour la température de grain $T_g$, et $c$ la vitesse de lumière. Le terme $E^{col}$ décrit le chauffage du grain par les collisions avec les protons, électrons, etc.

En soustrayant les relations (2) écrites pour le milieu H II et les nuages H I, et en développant l'expression résultante en série de $\Delta T_g = T_{g_2} - T_{g_1}$ (supposant que $|\Delta T_g| \ll T_g$, ce qui est confirmé *a posteriori*) on peut (aux termes de l'ordre de $T_g/T$ près) obtenir $\Delta T_g$ sous forme d'une somme $\Delta T_g^{rad} + \Delta T_g^{col}$, où $\Delta T_g^{rad}$ est due aux différences du champ de rayonnement, et $\Delta T_g^{col}$ est due aux différences des températures cinétiques et des densités du milieu H II et des nuages H I.

Nous avons estimé $\Delta T_g^{rad}$ en supposant que les grains sont des diélectriques ayant une bande de fréquences propres dans l'intervalle $10\,\mu < \lambda < 100\,\mu$ et qui — dans l'intervalle $\lambda < 912$ Å — ont un coefficient de réfraction de l'ordre de $1{,}25\text{-}0{,}10\,i$; la valeur de la partie imaginaire, due aux traces de substances ferromagnétiques, est très incertaine, et 0,10 représente probablement sa limite supérieure (pour majorer $\Delta T_g^{rad}$). On obtient ainsi

$$\Delta T_g^{rad} = 9{,}5.10^{-6}\frac{2\pi c}{T_g^4}\int_0^{912\,\text{Å}} u_\lambda \frac{Q_{abs}^{(x)}}{x^2}\,dx,$$

ce qui donne $\Delta T_g^{rad} = 0^\circ{,}12$ pour $a = 10^{-5}$ cm, en utilisant pour $u_\lambda$ les valeurs données par Lambrecht et Zimmermann ([4]) et en prenant $T_g \simeq 15^\circ$.

Pour estimer $\Delta T_g^{col}$ nous avons supposé que dans les nuages H I dominent les collisions avec les atomes d'hydrogène et dans le milieu H II, les collisions avec les protons et les électrons, et que le coefficient d'accommodation est de l'ordre de l'unité; ceci permet de supposer que tous les protons se recombinent avec les électrons sur la surface des grains. Pour majorer $\Delta T_g^{col}$, nous avons admis que tous les quanta ainsi émis sont absorbés par les grains. On obtient de cette façon :

$$(3)\qquad \Delta T_g^{col} = 6.10^{-4}\frac{n_p T_2^{\frac{1}{2}}}{a T_g^4}\left\{1 + \frac{2}{3}\frac{T_2}{10^{4^\circ}}\left[1 - 0{,}05\frac{n_H}{n_p}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{2}}\right]\right\},$$

où $n_H$ et $n_p$ sont les nombres d'atomes d'hydrogène et de protons par centimètre cube dans les nuages H I et le milieu H II respectifs.

On sait que les nuages H I ne sont pas isothermes. Les collisions entre eux et le refroidissement dû à l'excitation des ions $C^+$, $Si^+$, $Fe^+$, provoquent des variations de la température cinétique entre quelques milliers et quelques dizaines de degrés; au contraire, l'action thermostatique des ions $O^+$, $O^{++}$, $N^+$, etc., rend la température cinétique dans le milieu H II a peu près constante, de l'ordre de $10^{4^\circ}$. Supposant $T_2 = 10^{4^\circ}$, $a = 10^{-5}$ cm, $n_p = 0{,}1$, $T_g = 15^\circ$,

on obtient, selon la formule (3) des valeurs pour $\Delta T_g^{col}$ :

| | $T_1 = 30°$. | $T_1 = 3000°$. |
|---|---|---|
| $n_{II} = 10$ .................... | 0°,02 | 0°,01 |
| $n_{II} = 100$ .................... | 0,02 | −0,06 |

On voit donc que les températures des grains dans les nuages HI et le milieu HII sont les mêmes; un changement de $T_g$ d'un facteur 2, ou de $u_\lambda$ d'un facteur 10 (ce qui n'est pas exclu) ne peut pas sensiblement changer ce résultat.

Comme fonction de distribution des températures dans les nuages HI, nous avons utilisé la fonction décrivant la variation de la température *d'un seul* nuage, en fonction du temps, calculée par Seaton ([5]) pour un nuage HI standard. On obtient ainsi $\overline{T_1^{-(1/2)}} = 0{,}54$. En raison de faibles variations de $T_2$ on peut mettre $\overline{T_2^{-(1/2)}} = T_2^{-(1/2)} = 10^{-2}$. Retournant à la formule (1), nous obtenons $P_2/P_1 = 0{,}5$.

*En conclusion*, il n'est pas exclu qu'une importante fraction de la polarisation observée soit produite dans le milieu HII ionisé.

(1) Communication privée.
(2) J. L. GREENSTEIN et L. DAVIS Jun., *Ap. J.*, **114**, 1951, p. 206.
(3) H. C. VAN DE HULST, Rapport présenté au 3e Symposium d'hydrodynamique cosmique, Cambridge, Mass., 1957.
(4) H. LAMBRECHT et H. ZIMMERMANN, *Mitt. Univ. Sternw. zu Jena*, n° **14**, 1955.
(5) M. J. SEATON, *Ann. Ap.*, **18**, 1955, p. 188.

RELATIVITÉ. — *Sur les ondes et radiations gravitationnelles.*

Note de M. **ANDRÉ LICHNEROWICZ**, présentée par M. Georges Darmois.

Relations vérifiées par le tenseur discontinuité du tenseur de courbure. Étude géométrique générale de ces relations. Définition d'un état de radiation totale et gravitationnelle pure. Déviation des trajectoires des particules chargées.

1. Dans le cas d'une variété riemannienne pentadimensionnelle $V_5$, munie d'un groupe d'isométries à un paramètre et interprétée en termes de champs gravitationnel et électromagnétique, l'étude des discontinuités des dérivées premières du champ électromagnétique est équivalente à celle des discontinuités d'une partie du tenseur de courbure de $V_5$.

Soit alors $V_{m+1}$ une variété différentiable de classe ($C^2$, $C^4$ par morceaux) munie d'une métrique riemannienne

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha dx^\beta \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, m)$$

de type hyperbolique normal, de classe ($C^1$, $C^3$ par morceaux). Un voisinage U de $V_{m+1}$ étant rapporté à des coordonnées locales $(x^\alpha)$, soit $f(x^\alpha) = 0$ l'équation

locale d'une hypersurface S à la traversée de laquelle se produisent des discontinuités du tenseur de courbure (*front d'onde*). Si $l_\alpha = \partial_\alpha f$ [1], on a

$$l_\alpha [R_{\beta\gamma,\lambda\mu}] + l_\beta [R_{\gamma\alpha,\lambda\mu}] + l_\gamma [R_{\alpha\beta,\lambda\mu}] = 0, \tag{1}$$

où le symbole $[\ldots]$ indique la discontinuité à la traversée du front d'onde.

Supposons que la métrique de $V_{m+1}$ satisfasse à des équations d'Einstein « généralisées » à second membre continu. On a alors $[R_{\alpha\beta}] = 0$. Si

$$[\partial_{\lambda\mu} g_{\alpha\beta}] = a_{\alpha\beta} l_\lambda l_\mu,$$

pour que $[R_{\beta\alpha}] = 0$, il faut et il suffit, d'après un résultat de Bel, que $l_\alpha$ soit *isotrope* et satisfasse à $a_{\alpha\beta} l^\beta = (a|2) l_\alpha$ (avec $a = g^{\alpha\beta} a_{\alpha\beta}$). Des relations précédentes, on tire immédiatement que sur un front d'onde :

$$l^\alpha [R_{\alpha\beta,\lambda\mu}] = 0. \tag{2}$$

2. Au point $x$ de la variété $V_{m+1}$, considérons un tenseur $H_{\alpha\beta,\lambda\mu}$ présentant le même type de symétrie que le tenseur de courbure

$$H_{\alpha\beta,\lambda\mu} = -H_{\beta\alpha,\lambda\mu} = -H_{\alpha\beta,\mu\lambda}, \qquad H_{\alpha\beta,\lambda\mu} = H_{\lambda\mu,\alpha\beta},$$

et supposons qu'il existe un vecteur $l_\alpha$ tel que

$$l_\alpha H_{\beta\gamma,\lambda\mu} + l_\beta H_{\gamma\alpha,\lambda\mu} + l_\gamma H_{\alpha\beta,\lambda\mu} = 0 \tag{3}$$

et

$$l^\alpha H_{\alpha\beta,\lambda\mu} = 0. \tag{4}$$

Si $H_{\alpha\beta,\lambda\mu}$ n'est pas nul, $l_\alpha$ *est nécessairement isotrope*. Une étude algébrique du tenseur contracté

$$H_{\alpha\beta} = g^{\rho\sigma} H_{\alpha\rho,\beta\sigma}$$

montre qu'il existe alors un scalaire $\tau$ tel que

$$H_{\alpha\beta} = \tau l_\alpha l_\beta. \tag{5}$$

Inversement (3) et (5) entraînent (4). Enfin *pour* $m = 3$ (cas de la relativité générale), on peut établir que (4) et (5) entraînent (3). Dans ce cas, il existe un repère orthonormé $(\vec{e}_\alpha)$, dont le vecteur $\vec{e}_0$ orienté dans le temps peut être choisi arbitrairement, tel que

$$H_{\alpha\beta,\lambda\mu} = a m_{\alpha\beta} m_{\lambda\mu} + b n_{\alpha\beta} n_{\lambda\mu},$$

où $m$ et $n$ sont les bivecteurs définis respectivement par $\vec{l}$ et $\vec{e}_2$, $\vec{l}$ et $\vec{e}_3$. Pour que $H_{\alpha\beta} = 0$, il faut et il suffit que $a + b = 0$. On retrouve ainsi en particulier la forme réduite indiquée par Pirani [2] pour la matrice de discontinuité du tenseur de courbure.

3. Sur la variété espace-temps $V_4$ de la relativité générale, nous sommes ainsi conduit à nous intéresser aux métriques pour lesquelles il existe un

vecteur $l_\alpha$ tel que le tenseur de courbure $R_{\alpha\beta,\lambda\mu} \neq 0$ satisfasse aux relations

(6) $$l_\alpha R_{\beta\gamma,\lambda\mu} + l_\beta R_{\gamma\alpha,\lambda\mu} + l_\gamma R_{\alpha\beta,\lambda\mu} = 0$$

et

(7) $$l^\alpha R_{\alpha\beta,\lambda\mu} = 0,$$

$l_\alpha$ est isotrope et $R_{\alpha\beta} = \tau l_\alpha l_\beta$, où le second membre peut être identifié au tenseur de Maxwell d'un champ électromagnétique singulier.

S'il en est ainsi en un point $x$ de $V_4$, nous dirons qu'en ce point la métrique décrit un état de *radiation totale pure*. Si en outre $R_{\alpha\beta} = 0$, nous dirons que nous avons un *état de radiation gravitationnelle pure*. Il peut en être ainsi en tous les points d'un domaine de $V_4$. Si $l_\alpha\, dx^\alpha = 0$ est complètement intégrable, la radiation envisagée sera dite *de type intégrable*. La métrique

$$ds^2 = \exp(2\varphi)(dt^2 - dx^2) - (\xi^2\, dy^2 + \eta^2\, dz^2),$$

où $\varphi$, $\xi > 0$, $\eta > 0$ sont trois fonctions arbitraires de la seule variable $u = t - x$, fournit un exemple de radiation totale pure de type intégrable. Pour $\xi = u \exp(-\beta)$, $\eta = u \exp(\beta)$, $2\varphi' = u\beta'^2$ on a la métrique de Rosen ($R_{\alpha\beta} = 0$). En se donnant une fonction $\beta'(u)$ de classe $C^1$ et différente de zéro sur le seul intervalle $0 < u_0 < u < u_1$, on peut définir ([3]) sur l'espace numérique $R^4$ une métrique extérieure partout régulière, non euclidienne pour $u_0 < u < u_1$ (radiation gravitationnelle pure).

Considérons, sur $V_{m+1}$, un champ de vecteurs $\vec{l}$ tel que (6) et (7) soient satisfaits. Pour $\tau \neq 0$, il résulte des identités de conservation que *les trajectoires de $\vec{l}$ sont des géodésiques isotropes*. Il en est encore de même pour $\tau = 0$. En effet, des identités de Bianchi, on déduit que

$$P_{\alpha\beta,\lambda\mu} = l^\rho \nabla_\rho R_{\alpha\beta,\lambda\mu}$$

satisfait (3) et (4). Par dérivation de (6) et (7), on voit que $m^\alpha = l^\rho \nabla_\rho l^\alpha$ satisfait encore (6) et (7) et est donc isotrope ; étant orthogonal à $l^\alpha$, il lui est colinéaire.

4. Dans $V_4$, les trajectoires $\Gamma$ des particules d'essai chargées, soumises au champ gravitationnel et à un champ électromagnétique $F_{\alpha\beta}$ satisfont à l'équation de déviation

$$\frac{\nabla^2 v^\alpha}{ds^2} + R^\alpha{}_{\rho,\lambda\mu} u^\rho v^\lambda u^\mu = \frac{e}{m}\left(\nabla_\rho F^\alpha{}_\beta u^\beta v^\rho + F^\alpha{}_\beta \frac{\nabla v^\beta}{ds}\right),$$

où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire tangent à $\Gamma$, les points correspondants de deux trajectoires étant ceux de même $s$. En un point $x$ déterminé d'une trajectoire $\Gamma$, $\vec{v}$ peut être supposé orthogonal à $\vec{u}$. Supposons qu'un front d'onde à la fois gravitationnelle et électromagnétique passe par $x$. Pour un choix

convenable du repère orthonormé en $x$; les relations

$$\left[\frac{\nabla\varphi^0}{ds^2}\right]=\left[\frac{\nabla^2\varphi^1}{ds^2}\right]=0,\qquad\left[\frac{\nabla^2\varphi^2}{ds^2}\right]=\sigma\varphi^2+\frac{e}{m}\mu\varphi^1,\qquad\left[\frac{\Delta^2\varphi^3}{ds^2}\right]=-\sigma\varphi^3+\frac{e}{m}\nu\varphi^1$$

donnent les composantes de la discontinuité de l'accélération relative (par rapport à $s$) ([2]). Nous appliquerons les résultats précédents aux *théories pentadimensionnelles*.

([1]) $\partial_\alpha=\partial/\partial x^\alpha$.

([2]) Pirani, *Phys. Rev.*, **105**, 1957, p. 1089-1099.

([3]) H. Bondi, *Nature*, **179**, 1957, p. 1072-1073.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Nouvelle classification des particules élémentaires conçues comme états excités et stables de masses fluides relativistes en rotation.* Note (*) de MM. **Pierre Hillion**, **Georges Lochak** et **Jean-Pierre Vigier**, présentée par M. Louis de Broglie.

A partir des six nombres quantiques introduits dans les intégrales premières du mouvement de la gouttelette relativiste, on établit une classification des particules comprenant les leptons et les photons.

1. Guidés par les idées physiques développées dans trois Notes précédentes ([1]), nous nous proposons d'établir une classification des particules basée sur les six nombres quantiques $j^+$, $j^-$, $s'$, $m^+$, $m^-$, $m'$ définis dans notre dernière Note, $j^+$, $j^-$, $s'$ fixant les valeurs de l'énergie, $m^+$, $m^-$, $m'$ étant les valeurs des composantes du moment cinétique. Il suffira donc pour un degré d'excitation donné de la gouttelette relativiste ($j^+$, $j^-$, $s'$ fixés) de classer les valeurs prises par les composantes du moment cinétique.

Notre classification est basée sur les hypothèses suivantes :

*a*. le spin est fourni par la valeur du nombre quantique $j^++j^-$;

*b*. on suppose connue la charge Q des particules qui n'interviendra donc dans les tableaux ci-dessous que par les nombres $-1$, 0, 1;

*c*. la charge est donnée par la formule $Q=am^++bm^-+cm'$;

*d*. à chaque particule étant associés les nombres $j^+$, $j^-$, $m^+$, $m^-$, correspond un état de la gouttelette décrit par la fonction d'onde $U_{j^+,j^-}^{m^+,m^-}$, les nombres $m^+$ et $m^-$ seront choisis, pour chaque particule, de façon telle que la variance des fonctions d'onde $U_{j^+,j^-}^{m^+,m^-}$ fournisse les multiplets :

$$\Psi=\begin{pmatrix}p\\ n\\ \Xi_0\\ \Xi_-\end{pmatrix},\qquad\Sigma=\begin{pmatrix}\Sigma_+\\ \Sigma_0\\ \Lambda_0\\ \Sigma_-\end{pmatrix},\qquad\Phi=\begin{pmatrix}K_+\\ K_0\\ K'_0\\ K_-\end{pmatrix},$$

Nous exigerons pour la covariance des interactions que $\Psi$ et $\Sigma$ soient des

spineurs et Φ un spineur de rang 2. Les hypothèses $d$ et $b$ fixent de façon unique les nombres $m^+$, $m_-$, $m'$ associés aux particules et entraînent : $a = b = c = 1$, d'où $Q = m^+ + m^- + m'$.

2. *Classification des baryons.* — Dans une Note précédente nous avons indiqué que la représentation du groupe de Lorentz prenait la forme

$$D\left(\frac{1}{2}, 0\right) \oplus D\left(0, \frac{1}{2}\right),$$

ce qui conduit pour les nombres quantiques à

$$s' = \frac{1}{2}, \quad \text{avec} \quad j^+ = \frac{1}{2}, \quad j^- = 0, \quad \text{donc} \quad m^+ = \pm \frac{1}{2}, \quad m^- = 0$$

ou

$$j^+ = 0, \quad j^- = \frac{1}{2}, \quad \text{d'où} \quad m^+ = 0, \quad m^- = \pm \frac{1}{2};$$

d'où le tableau

| Particule. | $m^+$. | $m^-$. | $m'$. | Q. | $m^+ + m^-$. | $m^+ - m^-$. | $2m^+$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |
| $n$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 |
| $\Xi'_0$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ |
| $\Xi_-$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ |
| $\Sigma_+$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\Sigma_0$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\Lambda_0$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\Sigma_-$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |

Pour les antiparticules il suffit de changer les signes de $m^+$, $m^-$, $m'$.

3. *Classification des bosons de spin* 0 *et* 1. — D'après l'hypothèse $d$, la fonction d'onde des mésons K obéira à la représentation $D(1/2, 1/2)$ ce qui conduit aux valeurs possibles $m' = 0, 1, -1$, $m^+ = \pm 1/2$, $m^- = \pm 1/2$. Par contre la fonction d'onde des mésons π obéit à la représentation $D(1, 0)$ soit $m' = 0, 1, -1$ et $m^+ = 0, 1$ avec $m^- = 0$ ou $m^+ = 0$ avec $m^- = 0, 1$.

Ces deux tableaux sont identiques à une classification proposée par Tiomno [2]. Cet auteur fait intervenir trois nombres quantiques $J_3$, de $J'_3$, $i_3$ liés à $m^+$, $m^-$, $m'$ par les relations :

$$i_3 = m', \quad J_3 = m^+ + m^-, \quad J'_3 = m^+ - m^-,$$

$m'$ serait alors la troisième composante du spin isotopique. Tiomno ne donne pas la signification de $J_3$ et $J'_3$.

| Particule. | $m^+$. | $m^-$. | $m'$. | Q. | $m^+ + m^-$. | $m^+ - m^-$. | $2m^+$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K_+$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $K_0$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $K'_0$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 | 0 | $-1$ | $-1$ |
| $K_-$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $-1$ | $-1$ | 0 | $-1$ |
| $\pi^+$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $\pi^0$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\pi^-$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0 | 0 | $-1$ | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $\varpi$ . . . . . . . . . . . . . . . . . | 1 | 0 | $-1$ | 0 | 1 | 1 | 2 |

4. *Classification des leptons et des photons.* — Pour ces particules nous faisons l'hypothèse que le vecteur $\vec{t}$ et le pseudo-vecteur $\vec{s}$ sont simultanément contenus dans l'un des hyperplans $P_1$ ou $P_2$ isotropes qui permettent la description du mouvement. Il reste seulement trois nombres quantiques $j$, $m$, $m'$.

Pour les leptons : $j = 1/2$, $m = \pm 1/2$, $m' = \pm 1/2$. Pour les photons : $j = 1$, $m = -1, 0, 1$, $m' = -1, 0, 1$.

| Particule. | $m'$. | $m$. | Q. | Photon. | $m'$. | $m$. | Q. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e^-$ . . . . . . . . . | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ | D . . . . . . . . . | 1 | $-1$ | 0 |
| $\nu$ . . . . . . . . . . | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | G . . . . . . . . . | 1 | 1 | 0 |
| $\mu^+$ . . . . . . . . . | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | L . . . . . . . . . | 0 | 0 | 0 |

Pour les antileptons il suffit de changer les signes de $m'$ et de $m$. On remarquera qu'on obtient les photons polarisés à droite et à gauche et les photons longitudinaux c'est-à-dire le champ coulombien.

En introduisant une charge leptonique Schwinger ([3]) avait pu donner une classification des leptons.

5. Ces résultats conduisent aux remarques ci-dessous :

*a.* il est facile d'étendre la classification à des particules de spin plus élevé. Par exemple pour le spin 3/2 on utiliserait la représentation $D(1, 1/2) \oplus D(1/2, 1)$. on serait conduit pour le graviton à prendre $D(1, 1)$.

*b.* le méson $\varpi$ n'a pas été observé jusqu'à présent;

*c.* il découle de la théorie que les éléments d'un même multiplet correspondent à une même valeur propre $j^+ + j^-$ et donc à une même masse ce qui était postulé dans les classifications antérieures ([2]);

*d.* la variance des multiplets est liée à la structure interne des particules;

*e.* la classification est une conséquence du mouvement dans l'espace de la relativité restreinte, du centre de masse autour du centre de matière et ne

nécessite aucun formalisme dans un espace à un nombre élevé de dimensions (sept pour la plupart) ([2]), ([4]). Elle ne fait intervenir que trois nombres quantiques ayant une signification physique précise.

La théorie donne une interprétation simple au spin isotopique et n'utilise pas les notions difficiles à comprendre d'étrangeté ([5]), d'hypercharge ([6]) et d'isonombre.

6. Notre théorie utilise les développements mathématiques remarquables de M. C. Van Winter ([7]) sur une suggestion de M. David Bohm appliquée au modèle qu'il avait proposé avec l'un d'entre nous ([8]).

(*) Séance du 20 janvier 1958.
(1) *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 394, 564 et 710.
(2) *Nuov. Cim.*, **6**, n° **1**, juillet 1957.
(3) Conférences à l'Institut H. Poincaré, Paris, juin 1957.
(4) D. IVANENKO et H. SOKOLIK, *Nuov. Cim.*, **6**, juillet 1957.
(5) B. D'ESPAGNAT et J. PRENTKI, *Nucl. Phys.*, **1**, 1956, p. 33.
(6) J. SCHWINGER, *Phys. Rev.*, **104**, 1956, p. 1164.
(7) *Thèse*, Gröningen, 1957.
(8) D. BOHM et J. P. VIGIER, *Phys. Rev.* (sous presse).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'interaction entre un gaz moléculaire et le rayonnement.* Note de M. **PAUL N. ROUSSOPOULOS**, présentée par M. Louis de Broglie.

Considérons un ensemble de N molécules enfermées dans le volume $L^3$ et en équilibre thermique avec le milieu environnant. Nous associerons à chaque molécule, d'une part l'hamiltonien de translation (agitation thermique) :

$$K_\sigma = -\frac{1}{2m_0}P_\sigma^2, \qquad \text{avec} \quad P_\sigma = -i\nabla_\sigma, \qquad \nabla_\sigma = \text{grad}_{\overline{R}_\sigma},$$

et d'autre part l'hamiltonien de rotation (rotateur sphérique) :

$$(2) \qquad H_S^{(\sigma)} = -\frac{1}{2K}\left\{\frac{1}{\sin\theta_\sigma}\frac{\partial}{\partial\theta_\sigma}\left(\sin\theta_\sigma\frac{\partial}{\partial\theta_\sigma}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta_\sigma}\frac{\partial^2}{\partial\varphi_\sigma^2}\right\}.$$

Enfin, supposons que chaque molécule crée dans son mouvement des densités de charge et de courant définies par

$$(3) \qquad \rho(\overline{x}, R_\sigma) = \overline{M}_\sigma\nabla_\sigma\delta(\overline{x}, R_\sigma),$$

$$(4) \qquad J(\overline{x}, R_\sigma, P_\sigma) = \frac{1}{2m^0}\left[\rho(\overline{x}, R_\sigma)P_\sigma + P_\sigma\rho(\overline{x}, R_\sigma)\right],$$

$\delta(\overline{x})$ étant la distribution de Dirac et $\overline{M}_\sigma$ l'opérateur :

$$(5) \qquad M_\sigma = \mu S_\sigma = \mu(\sin\theta_\sigma\cos\varphi_\sigma, \sin\theta_\sigma\sin\varphi_\sigma, \cos\theta_\sigma).$$

Ainsi la charge et le courant total sont nuls :

$$\int \rho(\bar{x}, R_\sigma)\, d\bar{x} = 0. \tag{6}$$

$$\int J(\bar{x}, R_\sigma, P_\sigma)\, d\bar{x} = 0. \tag{7}$$

Lorsqu'on veut introduire un couplage entre cet ensemble de molécules et le rayonnement, on est amené à prendre pour hamiltonien d'interaction l'expression

$$H_i = -\int d\bar{x} \sum_\sigma J(\bar{x}, R_\sigma, P_\sigma)\, \bar{A}(\bar{x}), \tag{8}$$

$\bar{A}(x)$ étant le potentiel électrodynamique.

La condition supplémentaire à imposer aux états physiques s'écrit :

$$\left\langle \psi_j, \left[\operatorname{div} \bar{\Pi}(\bar{x}) + \sum_\sigma \rho(\bar{x}, \bar{R}_\sigma)\right] \psi_k \right\rangle = 0. \tag{9}$$

En définitive donc, l'hamiltonien total du système gaz + rayonnement, s'écrit

$$\mathcal{H} = \sum_\sigma K_\sigma + \sum H_S^{(\sigma)} + H_{\text{ray}}^0 + H_i. \tag{10}$$

On peut montrer qu'il est possible d'éliminer les ondes longitudinales comme dans le schéma habituel de l'électrodynamique quantique, et ceci à l'aide d'une transformation canonique $\psi_j$ (ou $\psi_k$) $= e^{iG}\psi_j^{\text{trans}}$ (ou $\psi_k^{\text{trans}}$).

La condition (9) se réduit alors à la condition de transversabilité

$$\langle \psi_j^{\text{trans}}, \operatorname{div} \bar{\Pi}(\bar{x})\, \psi_k^{\text{trans}} \rangle = 0 \tag{9}$$

et l'hamiltonien $\mathcal{H}$ se transforme en

$$\mathcal{H}' = e^{-iG}\mathcal{H}\, e^{iG} = \sum K_\sigma + \sum H_S^{(\sigma)} + H_{\text{ray}}^{0\,\text{trans}} + H_c + H, \tag{11}$$

avec

$$H_c = \frac{1}{4\pi} \sum_\sigma \sum_{\sigma'} \left\{ \frac{M_\sigma M_{\sigma'}}{|R_\sigma - R_{\sigma'}|^3} - 3\, \frac{(M_\sigma (R_\sigma - R_{\sigma'}))(M_{\sigma'} (R_\sigma - R_{\sigma'}))}{|R_\sigma - R_{\sigma'}|^5} \right\} \tag{12}$$

et

$$H = -\frac{i}{m^0} \sum_{l=\pm 1} \sum_\sigma \sum_n \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\bar{K}_n}}} (\bar{M}_\sigma \bar{K}_n) \left\{ a^{(l)}(\bar{K}_n)\, u_{\bar{K}_n}(\bar{R}_\sigma)\, \bar{P}_\sigma - a^{(l)*}(\bar{K}_n)\, \bar{P}_\sigma\, u^*_{\bar{K}_n}(\bar{R}_\sigma) \right\} \bar{e}^{(l)}(\bar{K}_n). \tag{13}$$

L'indice $l\,(=\pm 1)$ correspond aux deux directions $\bar{e}^{(l)}(\bar{K}_n)$ de polarisation transversale.

$a^{(l)*}(\bar{K}_n)$ et $a^{(l)}(\bar{K}_n)$ sont les opérateurs de création et de destruction d'un photon d'impulsion $K_n$ et de polarisation $(l)$. Enfin

$$\omega_{K_n} = |\bar{K}_n| \equiv K_n, \qquad K_n = \frac{2\pi}{L}(n_1, n_2, n_3) \equiv \frac{2\pi}{L} n, \qquad u_{\bar{K}_n}(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{L^3}} e^{i\bar{K}_n\bar{x}}.$$

La démonstration de ce résultat présente ici quelques difficultés dues au fait que les commutateurs $\left[\left(\sum_\sigma \rho(\bar{x}, R_\sigma)\right), \left(\sum_\sigma J(\bar{x}, R_\sigma, \bar{P}_\sigma)\right)\right]$ et $[M_\sigma, H_S^{(\sigma)}]$ ne sont pas nuls.

En éliminant les ondes longitudinales, on introduit donc dans l'hamiltonien un terme d'interaction coulombienne par moments dipolaires électriques, la constante $\mu$ désignant alors la valeur numérique du moment dipolaire électrique de la molécule.

En nous appuyant sur ce schéma théorique, nous avons obtenu des résultats satisfaisants concernant la largeur des raies d'absorption pour les transitions de radiofréquences (spectre de rotation) en fonction de la pression et de la température. Ces résultats feront l'objet d'une prochaine publication.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie quantique de la rotation de Faraday dans l'alun de chrome, aux longueurs d'ondes centimétriques et sa confrontation avec l'expérience.* Note de MM. **Burhan Cahit Unal**, **Alfred Chevalier** et **Théo Kahan**, présentée par M. Louis de Broglie.

Une théorie quantique de l'effet Faraday paramagnétique dans le domaine des ondes centimétriques est établie. Elle est valable pour la région de transparence paramagnétique où l'interaction spin-spin n'intervient pas. L'application de la théorie à l'alun de chrome permet de confronter la théorie avec l'expérience.

L'effet Faraday dans le domaine des ondes centimétriques a pour origine l'aimantation induite par l'onde électromagnétique ([1]). Au voisinage de la résonance paramagnétique, cette aimantation induite dans un plan perpendiculaire au champ magnétique constant est régie par l'interaction spin-spin dont l'effet disparaît de part et d'autre de la résonance : c'est le domaine de transparence paramagnétique. Dans ce domaine, le système de spins se trouve en équilibre statistique à tout instant ; il est régi par une matrice de densité $\rho$. L'aimantation induite est donc en phase avec le champ appliqué et aucune absorption ne se produit. La dispersion qui résulte de cette aimantation est une dispersion adiabatique, le système de spin ne pouvant échanger de l'énergie avec le réseau à cause de la petitesse de la période de l'onde devant le temps de relaxation spin-réseau. On se représente classiquement cette dispersion comme résultant d'une « précession forcée » ([1]) de l'aimantation autour du champ magnétique constant, d'une façon analogue aux « oscillations forcées » ([2]) des oscillateurs de Lorentz.

Soit $H^0$ l'hamiltonien de l'ion en présence du champ constant $\vec{H}$, qui est supposé diagonalisé par le système de fonctions d'onde $\psi_n$. L'hamiltonien perturbé sera

$$H = H^0 - \vec{m}.\vec{h}\cos\omega t,$$

où $\vec{m}$ est l'opérateur moment magnétique, et $\vec{h}$ l'amplitude du champ magnétique alternatif perpendiculaire à $\vec{H}$. Le problème de perturbation dépendant du temps se traite de la manière habituelle. Nous écrirons pour la diffusion dipolaire magnétique d'un ion à l'état $n$ :

$$(\vec{m})_{nn} = -\left|\vec{h}\right| \sum_m \vec{m}^{\vec{h}}_{mn}\, m^{\vec{h}}_{mn} \left[\frac{e^{i\omega t}}{W_n - W_m + h\nu} + \frac{e^{-i\omega t}}{(W_n - W_m - h\nu)}\right] + \text{c. c.}$$

Les composantes suivant $\vec{h}$, des éléments de matrice non diagonaux $m_{nm}$ dans la base $\psi_n$ qui figurent ici décrivent l'aimantation induite. La dispersion, et la susceptibilité adiabatique s'obtiennent en prenant la moyenne statistique de $(\vec{m})_{nn}$ suivant la distribution de Boltzmann initiale $e^{-W_n/kT}$, sans tenir compte de la perturbation due au champ alternatif, puisque l'interaction spin-réseau n'intervient pas, c'est-à-dire les populations n'ont pas le temps de suivre la distribution de Boltzmann au rythme de la perturbation. Cela conduit à une formule de dispersion de la même forme que celle de Kramers-Heisenberg.

Le pouvoir rotatoire paramagnétique résulte de cette dispersion. Un ion se trouvant dans l'état $n$ y contribue par un vecteur de rotation $\vec{\Omega}_n$ et dans l'état $-n$, par $-\vec{\Omega}_n$ (le diamagnétisme étant négligé). En effet, dans l'image classique de l'effet Faraday ([3]), la rotation se décrit par deux courbes de dispersion correspondant aux deux composantes circulaires d'un champ rectilignement polarisé ; les deux courbes étant déplacées de $\omega_L$ (fréquence de Larmor) à droite et à gauche suivant la décomposition de Zeeman de la fréquence de résonance $\omega_0$. Dans le cas paramagnétique, cette image s'applique à condition de prendre $\omega_0 = 0$, puisque la fréquence de résonance paramagnétique disparaît en l'absence du champ constant.

La partie imaginaire du tenseur hermitique de la susceptibilité donne, d'une façon analogue au cas optique ([4]) :

$$\vec{\Omega}_n = \frac{i\nu}{h} \sum_m{}' \frac{\vec{m}_{nm} \wedge \vec{m}_{mn}}{\nu^2 - \nu^2_{nm}},$$

où la sommation sur $m$ s'étend à tous les niveaux couplés par le moment magnétique au niveau $n$.

Ce sont essentiellement les quatre niveaux fondamentaux de spin qui interviennent dans l'alun de chrome. Et la rotation para-magnétique résulte de la

différence des populations des quatre niveaux. On a

$$\vec{\Omega} = \frac{2\pi\nu N}{c\mu_0\sqrt{\mu'}}\vec{\Omega}_n\rho_n^0 \qquad \text{où} \quad \rho_n^0 = C\exp\left(-\frac{W_n}{kT}\right),$$

N est le nombre d'ions par centimètre cube, $\mu'$ est la perméabilité magnétique du milieu.

La projection de $\vec{\Omega}$ sur $\vec{H}$ est l'angle $\theta$ cherché, ce qui met bien en évidence que c'est l'aimantation induite dans un plan perpendiculaire à $\vec{H}$ qui provoque la rotation. Le tableau suivant réunit les résultats théoriques obtenus pour le monocristal d'alun de chrome (dans le cas où $\vec{H}$ fait avec l'axe trigonal l'angle arc cos $1/\sqrt{3}$) et les résultats expérimentaux de M. Gozzini ([5]) obtenus pour la poudre :

| H (Œrs). | $\theta^{\text{théor}}_{\text{min}}$. | $\theta^{\text{exp}}_{\text{min}}$. | H (Œrs). | $\theta^{\text{théor}}_{\text{min}}$. | $\theta^{\text{exp}}_{\text{min}}$. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 640......... | 7,8 | 10 | 3 750......... | −59 | −40 |
| 1 780......... | 8,3 | 25 | 3 820......... | −54 | −40 |
| 2 440......... | 19,0 | 30 | 3 870......... | −42 | −50 |
| 2 700......... | 28,4 | 40 | 3 890......... | −41 | −65 |
| 3 000......... | 83 | 40 | 4 050......... | −36 | −65 |
| 3 050......... | 129 | 40 | 4 230......... | −24 | −70 |
| | | | 4 350......... | −20 | −60 |

Les éléments de matrice du moment magnétique ont été calculés dans la base $\psi_n$ de l'approximation zéro, obtenue par la diagonalisation du terme de Zeeman dans le quadruplet de spin fondamental. Le moment orbital étant bloqué, le spin y contribue seul.

La différence entre $\theta^{\text{théo}}$ et $\theta^{\text{exp}}$ change de signe au voisinage de 2850 Oe et 3850 Oe, de part et d'autre de la résonance. C'est dans cet intervalle qu'intervient l'interaction spin-spin qui empêche ainsi la « catastrophe de dispersion » de se produire. Notons que les deux fréquences de résonance ([6]) sont séparées de 420 Oe ; ce qui réduit le demi-intervalle de l'interaction spin-spin à quelque 270 Oe.

Cette théorie demande à être complétée dans le domaine d'interaction spin-spin. L'état actuel de cette dernière rend cette étude extrêmement ardue; aussi est-elle traitée aujourd'hui d'une façon macroscopique ([7]).

([1]) F. Bloch, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 460.
([2]) L. de Broglie, *La matière et le rayonnement*, Paris, 1938.
([3]) R. Becker, *Théorie des électrons*, Paris, 1938.
([4]) H. A. Kramers, *Proc. Acad. Amst.*, 33, 1930, p. 959.
([5]) A. Gozzini, *Nuovo cimento*, 8, 1951, p. 928.
([6]) P. R. Weiss, *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 470.
([7]) J. Soutif-Guicherd, *Thèse*, Grenoble, 1957.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Remarque sur le couplage des électrons d'un métal par paires de spin antiparallèles et théorie de la supraconductivité*. Note de M. **Jacques des Cloizeaux**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans un récent travail sur la théorie de la supraconductivité Bardeen, Cooper et Schrieffer (¹) ont décrit les états du système électronique en partant de l'hamiltonien suivant :

$$H = \sum_{K>K_F} \varepsilon_K c^+_{K\varphi} c_{K\sigma} + \sum_{K<K_F} |\varepsilon_K| c_{K\sigma} c^+_{K\sigma} - \frac{1}{2} \sum_{K, K', \sigma, \sigma', q} V c^+_{K'-q,\sigma} c_{K'\sigma} c^+_{K+q,\sigma'} c_{K,\sigma'}.$$

Le dernier terme représente un potentiel attractif, somme d'un terme dû à l'interaction électron-phonon et d'un terme de répulsion coulombienne écranté.

$\varepsilon_K$ représente l'énergie de Bloch relative au niveau de Fermi.

$K_F$ est le module d'un vecteur d'onde associé au niveau de Fermi.

$c^+_K$ et $c_K$ sont les opérateurs de création et d'annihilation pour les électrons.

Les auteurs ont construit l'état de base du système en se restreignant aux configurations pour lesquelles les états sont occupés par paires : selon leur hypothèse les états $K\uparrow$ et $-K\downarrow$ de l'espace des moments sont toujours occupés simultanément. Les opérateurs de création et d'annihilation pour les paires sont alors définies comme suit : $b^+_K = c^+_{K\uparrow} c^+_{-K\downarrow}$, $b_K = c_{-K\downarrow} c_{K\uparrow}$. Malheureusement les opérateurs $b^+_K$ et $b_K$ ne sont pas invariants par rapport au groupe des rotations. Or l'hamiltonien lui-même reste invariant par rotation et l'état de base s'il n'est pas dégénéré, doit être invariant lui aussi.

Il est possible de remédier à ce défaut en introduisant des excitations invariantes, sans pour autant altérer les résultats.

Abandonnant la définition de Bardeen, Cooper et Schrieffer, pour $b^+_K$ et $b_K$ nous poserons :

$$b^+_K = \frac{1}{\sqrt{2}} [c^+_{K\uparrow} c^+_{-K\downarrow} - c^+_{K\downarrow} c^+_{-K\uparrow}],$$

$$b_K = \frac{1}{\sqrt{2}} [c_{-K\downarrow} c_{K\uparrow} - c_{-K\uparrow} c_{K\downarrow}].$$

L'opérateur $b^+_K$ est maintenant invariant : il est associé à la création de deux électrons, l'un dans l'état K, l'autre dans l'état — K, les spins de ces deux électrons étant véritablement antiparallèles (état singlet).

Nous aurons toujours : $[b^+_K, b^+_{K'}] = 0$.

Nous remarquons alors que $b^+_K = b^+_{-K}$ contrairement à ce qui se passait dans la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer.

Pour créer deux électrons dans l'état K et deux électrons dans l'état — K, nous devrons donc utiliser l'opérateur $b^{+2}_K$.

En effet : $b^{+2}_K = - c^+_{-K\downarrow} c^+_{-K\uparrow} c^+_{K\downarrow} c^+_{K\uparrow}$ et $b^{+3}_K = 0$.

Considérons alors la fonction d'onde suivante :

$$\Psi = \prod_{K}{}' \left[ (1-\alpha_K-\beta_K)^{\frac{1}{2}} + \beta_K^{\frac{1}{2}} b_K^{+} + \alpha_K^{\frac{1}{2}} b_K^{+2} \right] \Phi_0$$

$\Phi_0$ représente l'état vide.

Le symbole « prime » signifie que l'on n'opère que sur la moitié des vecteurs $\vec{K}$ de façon que pour deux vecteurs $\vec{K}'$ et $\vec{K}''$ correspondant à des termes du produit nous ayons toujours $\vec{K}' + \vec{K}'' \neq 0$.

L'état de base du système sera égal à la somme des termes de $\Psi$ correspondant à N couples d'électrons.

Il est alors facile de voir que $\alpha_K$ représente la probabilité pour que les états $+K$ et $-K$ soient occupés par deux couples d'électrons, $\beta_K$ la probabilité pour qu'ils soient occupés par un seul couple, $(1-\alpha_K-\beta_K)$ la probabilité pour qu'ils soient vides. L'énergie de Bloch s'écrira alors :

$$W_B = 2 \sum_{K>K_F}{}' \varepsilon_K(\beta_K + 2\alpha_K) + 2 \sum_{K<K_F}{}' |\varepsilon_K| (2-\beta_K-2\alpha_K).$$

Dans l'énergie de Coulomb nous ne retiendrons que les termes qui couplent les paires entre elles.

Transition entre les fonctions $\varphi_{K_1, K'_0}$ et $\varphi_{K_0, K'_1}$

$$W_I = -2V_{KK'} \beta^{\frac{1}{2}} \beta_{K'}^{\frac{1}{2}} (1-\alpha_K-\mu_K)^{\frac{1}{2}} (1-\alpha_{K'}-\beta_{K'})^{\frac{1}{2}}.$$

Transition entre les fonctions $\varphi_{K_2, K'_1}$ et $\varphi_{K_1, K'_2}$

$$W_{II} = -2V_{KK'} \beta_K^{\frac{1}{2}} \beta_{K'}^{\frac{1}{2}} \alpha_K^{\frac{1}{2}} \alpha_{K'}^{\frac{1}{2}}.$$

Transition entre les fonctions $\varphi_{K_2, K'_0}$ et $\varphi_{K_1, K'_1}$, $\varphi_{K_1, K'_1}$ et $\varphi_{K_0, K'_2}$

$$W_{III} = -2V_{KK'} \beta_K^{\frac{1}{2}} \beta_{K'}^{\frac{1}{2}} \left[ \alpha_K^{\frac{1}{2}} (1-\alpha_{K'}-\beta_{K'})^{\frac{1}{2}} + \alpha_{K'}^{\frac{1}{2}} (1-\alpha_K-\beta_K)^{\frac{1}{2}} \right].$$

L'énergie de l'état fondamental s'écrit :

$$W_0 = \sum_{K>K_F}{}' [2\beta_K + 4\alpha_K] \varepsilon_K + \sum_{K<K_F}{}' [4 - 2\beta_K - 4\alpha_K] |\varepsilon_K|$$
$$- 2 \sum_{K,K}{}'' V_{KK'} \beta_K^{\frac{1}{2}} \left[ (1-\alpha_K-\beta_K)^{\frac{1}{2}} + \alpha_K^{\frac{1}{2}} \right] \beta_{K'}^{\frac{1}{2}} \left[ (1-\alpha_{K'}-\beta_{K'})^{\frac{1}{2}} + \alpha_{K'}^{\frac{1}{2}} \right].$$

Posons alors $u_K = \beta_K + 2\alpha_K$, $\beta_K = u_K - 2\alpha_K$,

$$W_0 = \sum_{K>K_F}{}' 2u_K \varepsilon_K + \sum_{K<K_F}{}' (4 - 2u_K) |\varepsilon_K|$$
$$- 2 \sum_{KK'}{}'' V_{KK'} [u_K - 2\alpha_K]^{\frac{1}{2}} \left[ (1-u_K+\alpha_K)^{\frac{1}{2}} + \alpha_K^{\frac{1}{2}} \right] [u_{K'} - 2\alpha_{K'}]^{\frac{1}{2}} \left[ (1-u_{K'}+\alpha_{K'})^{\frac{1}{2}} + \alpha_{K'}^{\frac{1}{2}} \right].$$

Nous devrons avoir $\partial W_0/\partial\alpha_K = 0$ et $\partial W_0/\partial u_K = 0$.

La première équation donne la condition : $u_K^2 = 4\alpha_K$.

Posons alors $u_K = 2h_K$, $\alpha_K = h_K^2$, $\beta_B = 2h_K(1 - h_K)$.

Nous en tirons

$$W_0 = \sum{}' 4\varepsilon_K h_K - 4 \sum_{KK'}{}'' V_{KK'} h_K^{\frac{1}{2}} (1 - h_K)^{\frac{1}{2}} h_{K'}^{\frac{1}{2}} (1 - h_{K'})^{\frac{1}{2}}.$$

On retombe sur l'expression de Bardeen, Cooper et Schrieffer.

La fonction $\psi$ s'écrira maintenant :

$$\Psi = \prod_K{}' (1 - h_K) + [2h_K(1 - h_K)]^{\frac{1}{2}} b_K^+ + h_K b_K^{+2}].$$

Cette fonction d'onde est identique à la fonction proposée par Bardeen, Cooper et Schrieffer, et tous les résultats qu'on peut tirer de ces expressions sont identiques.

Remarquons qu'il est possible d'introduire des excitations en créant deux électrons, l'un dans l'état K, l'autre dans l'état — K, les spins de ces deux électrons étant parallèles (état triplet). Le spin résultant peut par exemple être pris parallèle au vecteur $\vec{K}$. Toutefois dans ce cas l'introduction de paires virtuelles ne conduit à aucun gain d'énergie car l'interaction entre deux paires définies par les vecteurs $\vec{K}$ et $\vec{K}'$ est proportionnelle à $\vec{K}\vec{K}'$ K K' et il y a compensation entre les termes positifs et négatifs

([1]) J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.*, 108, 1957, p. 1175.

ÉLECTRICITÉ. — *Remarques sur quelques propriétés électriques des couches d'argent très minces.* Note (*) de MM. **Clément Uny** et **Nicolas Nifontoff**, transmise par M. Louis Néel.

Cette Note est relative à l'étude des écarts à la loi d'Ohm de dépôts très minces d'argent, entièrement réalisés sous vide et projetés sur support de silice amorphe. On précise par ailleurs certaines conditions expérimentales favorables à l'obtention de couches plus stables.

Dans le présent travail nous avons continué à développer les travaux déjà décrits dans une précédente Note, relatifs à l'étude des écarts à la loi d'Ohm et de l'effet de scintillation présentés par des couches très minces d'argent. Ces couches étaient déposées, par évaporation thermique sous vide, sur un support de verre ou de silice amorphe dans un étroit sillon de 20 à 30 μ de large qui, dans nos travaux précédents, était tracé à l'aide d'une aiguille fine sur une couche d'argent plus épaisse, projetée au préalable pour servir d'électrodes. Le sillon ainsi obtenu présentait des bords irré-

guliers et l'opération nécessitait une exposition du support à l'air, ce qui entraînait certainement des phénomènes d'adsorption ou même d'oxydation, à la surface des électrodes.

Il nous a donc paru utile d'avoir un sillon plus régulier, réalisé et maintenu sous vide. Nous avons pour cela monté un dispositif mécanique qui permet de mettre au contact du support, pendant la projection des électrodes, un fil de tungstène de 20 μ de diamètre. La projection terminée, ce fil peut être éliminé, ce qui découvre un sillon de 20 μ de large dont les bords apparaissent nets au microscope. Dans certains cas, il semble cependant que des atomes d'argent ont pu contourner le fil et se déposer dans le sillon au cours de la projection des électrodes, ce qui, probablement, modifie les propriétés de la couche mince projetée ensuite, comme nous l'expliquerons plus loin.

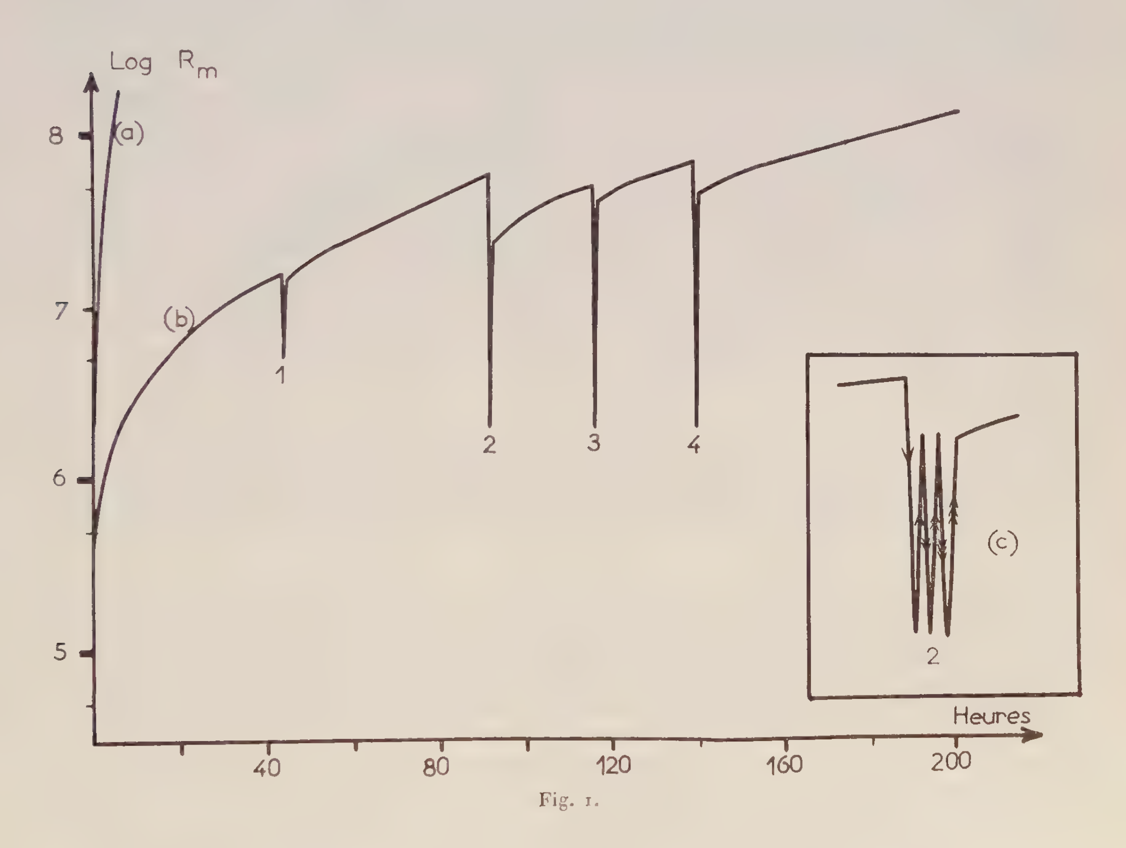



Fig. 1.

Pour éviter cela, nous avons réalisé simultanément la projection des électrodes et de la couche proprement dite en maintenant volontairement le fil à une faible distance du support pendant la projection. Des atomes de métal contournent le fil et viennent se déposer de façon sensiblement uniforme dans le sillon dont les bords restent suffisamment nets, comme le montre l'examen au microscope. La résistance du dépôt métallique

était contrôlée en cours de projection. Avant d'étudier les écarts à la loi d'Ohm, nous avons suivi chaque fois l'évolution naturelle de ces couches en fonction du temps. Leur résistance varie très vite après la projection (*fig.* 1, courbe *a*), comme nous l'avons déjà mentionné [1]. Les mesures relatives à l'étude des écarts à la loi d'Ohm doivent donc être faites peu de temps après la projection. Nous devons alors tenir compte, au cours de nos mesures, de la superposition de deux phénomènes : augmentation de la résistance en fonction du temps et variation de cette résistance en fonction de l'intensité du courant qui traverse le sillon [1].

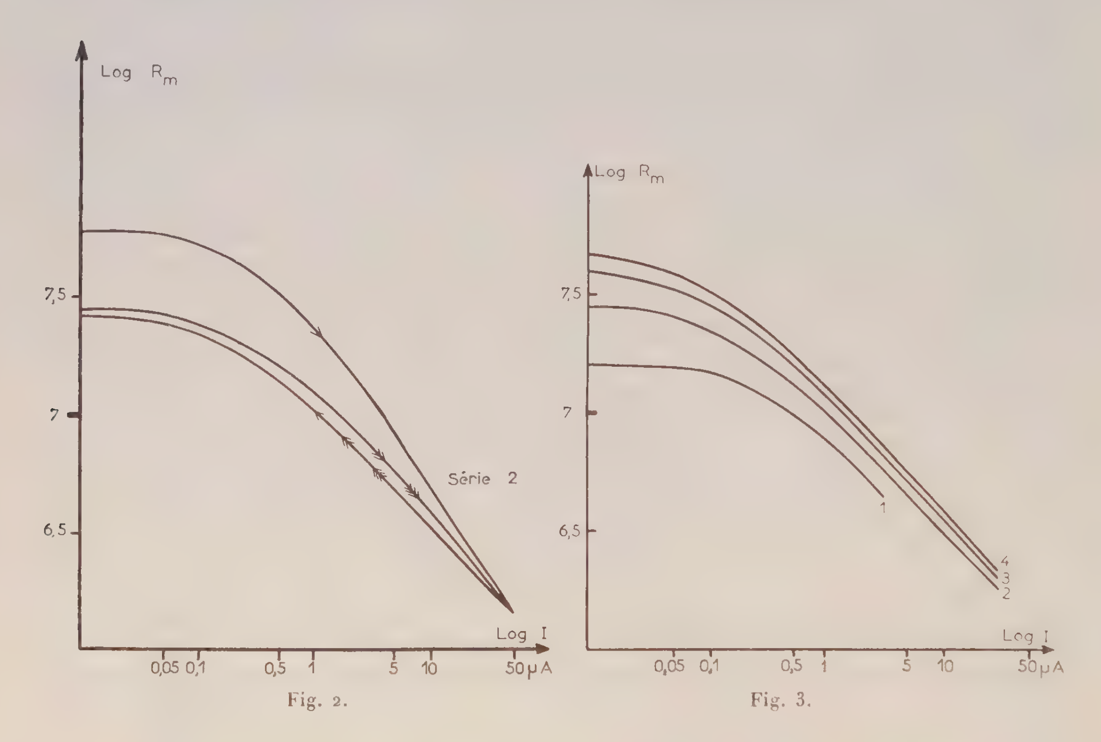



Fig. 2. Fig. 3.

Cependant, nous avons remarqué que, si l'on conduit l'expérience de façon à déposer dans le sillon, avant la projection de la couche mince proprement dite, une première couche métallique, fût-elle extrêmement mince (résistivité superficielle $R_s > 2.10^6 \Omega$), la couche qui résulte de la superposition des deux projections, bien qu'évoluant encore très vite immédiatement après la projection, ne présente plus qu'une évolution assez lente au bout de 20 à 30 h (pendant 1 h, durée approximative d'une série de mesures relatives aux écarts à la loi d'Ohm, la résistance varie de 1 à 3 %) (*fig.* 1, courbe *b*). Pour chaque couche de ce dernier type, nous avons fait au cours de son évolution plusieurs séries de mesures d'écarts à la loi d'Ohm comme le montre cette dernière courbe. La courbe *c* de la figure 1 représente en détail le résultat d'une de ces séries de mesures, consistant en plusieurs cycles aller-retour, obtenus en faisant croître,

puis décroître le courant et en inversant, après chaque cycle, le sens de passage du courant I dans la couche. La figure 2 donne les courbes Log R = *f* (log I) relatives à la même série de mesures.

Les figures 1 (courbe *c*) et 2 semblent montrer que, pour chaque série de mesures, quand on applique pour la première fois une tension continue croissante, la résistance de la couche subit, en plus des variations réversibles dues aux écarts normaux à la loi d'Ohm, une diminution irréversible ([2]). Les cycles suivants ne mettent en évidence, au contraire, que des phénomènes pratiquement réversibles. Nous aurions donc au début un effet irréversible du champ électrique qui serait analogue à celui déjà noté dans le cas de couches minces de carbone ([3]). Sur la figure 3 nous avons porté, à titre de comparaison, les courbes « réversibles » log R = *f* (log I) relatives aux diverses séries de mesures effectuées sur la même lame. Les courbes réversibles relatives à des lames différentes présentent également entre elles de grandes analogies; il en est de même des courbes relatives à l'effet de scintillation.

Nous avons réalisé une quinzaine de couches par projection unique et une dizaine par projection en deux fois. Nous avons remarqué que les couches minces d'argent préparées suivant la dernière méthode étaient beaucoup moins susceptibles de claquage que les précédentes, ce qui nous a permis de pousser les mesures jusqu'à des intensités de 20 à 30 μA sans dommage apparent et de faire, pour chaque lame, plusieurs séries de mesures à différentes périodes de son évolution (*fig.* 1, courbe *b*).

(*) Séance du 3 février 1958.

([1]) C. Uny et N. Nifontoff, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 729.

([2]) M. Perrot et J. P.-David, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 1753.

([3]) N. Nifontoff, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 1755.

SEMI-CONDUCTEURS. — *Variation avec la température de la fréquence de coupure de transistors à jonctions en montage émetteur-commun*. Note de MM. **Raymond Birebent** et **Roger Morelière**, transmise par M. Charles Camichel.

Les auteurs ont établi expérimentalement pour certains transistors une loi de variation de la fréquence de coupure en montage émetteur-commun en fonction de la température absolue.

Au cours de recherches sur l'influence de la température sur la fréquence de coupure des transistors à jonctions, nous avons pu constater que, pour certains d'entre eux, il existe une relation simple entre la fréquence de coupure $f_{cb}$, en montage émetteur-commun et la température absolue T.

Tous les transistors étudiés étaient du type à jonctions *p-n-p* obtenues par diffusion et ils étaient soumis à des variations de température allant de — 20 à + 30° C.

Dans tous les cas, nous avons observé une diminution régulière de la fréquence de coupure $f_{cb}$ avec l'accroissement de la température. Pour certains transistors, cette variation obéit à une loi de la forme

$$f_{cb} = \mathrm{BT}^{-m}, \tag{1}$$

B étant une constante.

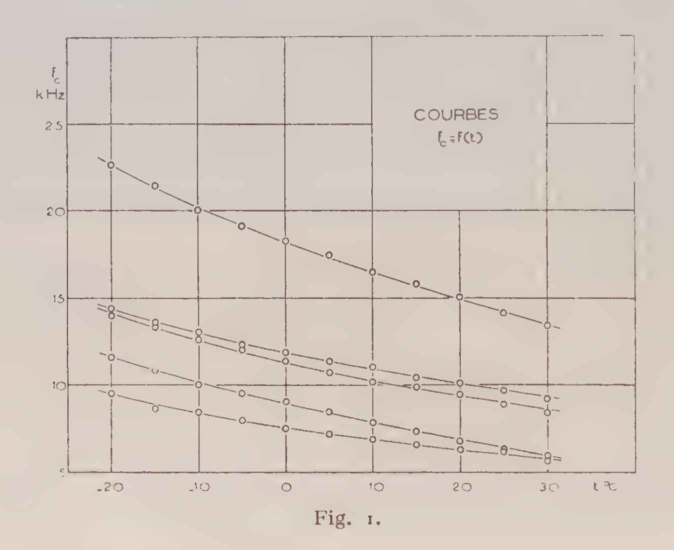


Fig. 1.

La figure 1 représente, pour cinq d'entre eux, les courbes $f_{cb} = f(t)$ et la figure 2, les courbes $\mathrm{Log}\, f_{cb} = f(\mathrm{Log\,T})$ (avec des échelles logarithmiques différentes pour les deux axes).

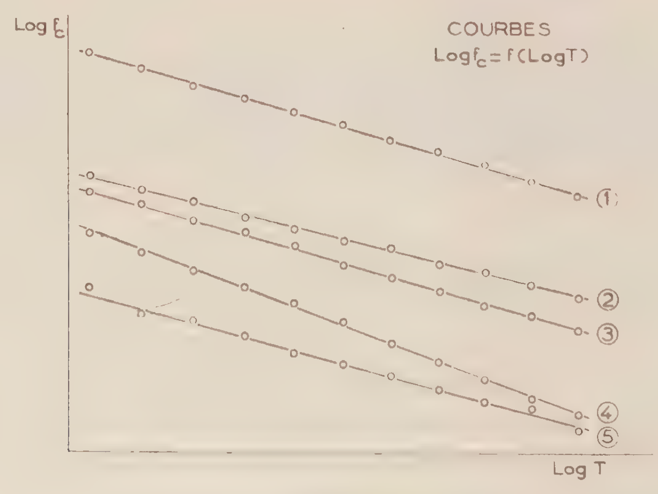


Fig. 2.

Les points expérimentaux se situent effectivement sur une droite d'équation

$$\text{Log} f_{cb} = \text{Log} B - m \,\text{Log} T,$$

les écarts étant au maximum de $\pm 3\%$. Les pentes de ces droites sont :

| | m. | | m. |
|---|---|---|---|
| Droite nº 1 | −2,84 | Droite nº 4 | −3,58 |
| » » 2 | −2,37 | » » 5 | −2,61 |
| » » 3 | −2,79 | | |

On sait que $f_{cb}$ est liée à $f_{c\alpha}$ (fréquence de coupure en B. C.) par la relation approchée :

$$f_{cb} \simeq (1-\alpha) f_{c\alpha} \simeq \frac{f_{c\alpha}}{1+b}.$$

Les courbes $\text{Log} f_{c\alpha} = f(\text{Log}\, T)$ tracées à partir des valeurs expérimentales de $f_{cb}$ sont très sensiblement des droites ce qui montre que

(2) $$f_{c\alpha} = AT^{-n} \qquad (n < m),$$

relation qu'on peut déduire de considérations théoriques et que nous avons effectivement vérifiée même dans le cas de transistors qui n'obéissent pas à la relation (1). On peut en déduire que les transistors considérés précédemment doivent être tels que leur gain en courant en montage émetteur-commun varie avec la température suivant la loi $b = CT^p - 1$ où $p = m - n$.

OPTIQUE ULTRAHERTZIENNE. — *Analyseur polarimétrique à double sonde pour la bande des* 1 000 MHz. Note de M. **François Picherit**, transmise par M. Gaston Dupouy.

L'étude de la rotation d'une vibration électromagnétique dans un guide d'onde circulaire peut se faire à l'aide d'un analyseur tournant muni d'une seule sonde. La précision des pointés est de l'ordre d'une fraction de degré. Si les rotations sont faibles, leur étude nécessite l'emploi d'un analyseur très sensible.

M^me^ Soutif [1] a réalisé un analyseur avec deux sondes débitant en opposition dans un potentiomètre à point milieu. La tension différentielle est mesurée au moyen d'un galvanomètre. M. Raoult [2] a adapté ce système à la mesure des ellipticités.

Avec ces dispositifs l'analyseur à double sonde peut être employé de deux manières : Après avoir réalisé à vide l'équilibre des courants détectés par les sondes, la rotation de la vibration électromagnétique une fois introduite est mesurée en faisant tourner l'analyseur pour avoir à nouveau l'équilibre des courants détectés. La précision obtenue est de l'ordre de 3′.

La précision est nettement améliorée, si on laisse l'analyseur fixé à la position initiale et si l'on mesure le courant différentiel provoqué par la rotation de la vibration. La précision peut alors atteindre, d'après Mme Soutif, 6″. Mais cette méthode exige que la rotation ne soit pas accompagnée d'une variation de l'amplitude de l'onde électromagnétique ou d'un phénomène d'ellipticité, afin que le courant différentiel ne dépende que d'un seul paramètre : la rotation; ce n'est pas le cas par exemple pour l'effet Cotton hertzien [3] ou pour l'effet Faraday des ferrites [4].

J'ai donc essayé de réaliser au laboratoire de spectropolarimétrie un analyseur à double sonde dans la bande des 10 000 MHz qui puisse être affranchi des phénomènes annexes cités précédemment.

L'appareil est constitué de la manière suivante : un klystron reflex 723 AB excite un guide rectangulaire, une transition rectangulaire-circulaire permet d'exciter le guide circulaire. Le découplage entre le klystron et l'analyseur est réalisé par un atténuateur variable [5]. L'analyseur est constitué d'une section de guide circulaire fixe supportant un cercle gradué et d'une partie tournante supportant les deux sondes qui sont dans le même plan perpendiculaire à l'axe du guide et à 90° l'une de l'autre et l'index muni du vernier au 1/100e de degré. La partie tournante est solidaire de la terminaison adaptée (cône en bois graphité).

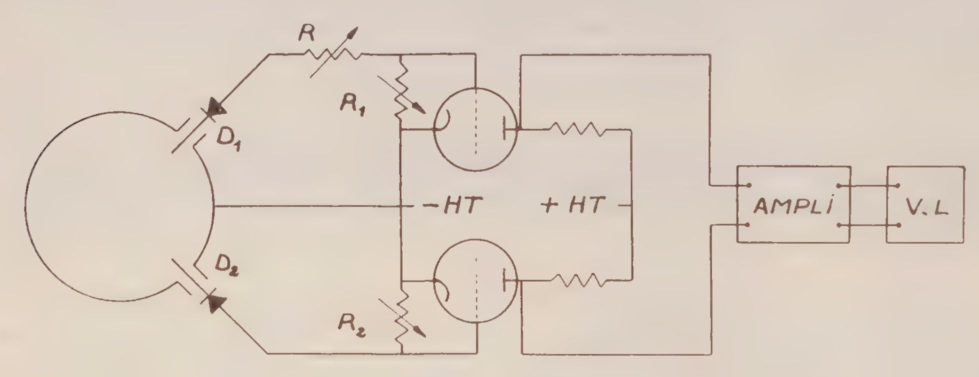



Schéma de principe.

L'onde électromagnétique (mode TE 11) est modulée en amplitude par des signaux rectangulaires de fréquence 1000 Hz. Les détecteurs D 1 et D2 débitent dans les circuits de grille de deux triodes (*figure*); la différence de potentiel entre les anodes des triodes est proportionnelle à la différence des courants détectés. La tension différentielle est amplifiée et mesurée par un voltmètre à lampe. Le gain total est de 300.

L'équilibrage des deux sondes, de même longueur et préalablement accordées, est réalisé de la façon suivante : On injecte sur les grilles des triodes une tension de référence modulée par des signaux rectangulaires de fréquence 1000 Hz, de façon à équilibrer les deux triodes par l'inter-

médiaire des rhéostats R 1 et R 2. Ensuite seulement, les deux sondes sont amenées successivement dans le plan de polarisation de l'onde et leur débit est comparé à la tension de référence; la précision du réglage est du 1/1000$^e$. Cette méthode de réglage a l'avantage de déterminer l'azimut exact de la vibration et d'éviter l'introduction d'un zéro fictif. La mesure de la rotation se fait en tournant l'analyseur de façon à annuler le courant différentiel. L'alimentation des triodes est réalisé par des piles. La stabilisation est améliorée par l'introduction d'une penthode dans le circuit des cathodes, suivant une idée préconisée par Oemichen. Le système électronique introduit un bruit de fond qui se traduit par un minimum très légèrement différent de zéro. On ne pointe pas ce minimum, mais deux positions de part et d'autre et pour lesquelles le courant est identique.

Pour vérifier la stabilité et la fidélité de l'appareil, j'ai fait une série de pointés d'abord pour une vibration rectiligne : sur 100 pointés 80 sont compris dans un intervalle de 36″ et la représentation graphique de la fréquence des mesures en fonction des intervalles permet, en pointant le maximum de la courbe en cloche obtenue, de déterminer la rotation de la vibration avec une incertitude inférieure à 6″. J'ai recommencé l'expérience avec des vibrations elliptiques, obtenues en interposant sur l'onde une section de guide elliptique [6]. On devrait s'attendre à une nette diminution de sensibilité. Cependant, même dans le cas très défavorable, où l'ellipse expérimentée avait un rapport d'axe égal à 0,9, les pointés pouvaient encore être effectués à une précision dix fois moindre et à condition d'augmenter la puissance de l'onde incidente de 8 dB j'atteignais à nouveau la précision statistique de 6″.

(1) M$^{me}$ J. Soutif, *Thèse*, Grenoble, 1957.
(2) G. Raoult, *Onde Électrique*, 1955, p. 499.
(3) R. Servant, P. Loudette et A. Charru, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1978.
(4) R. Servant, *J. Phys. Rad.*, 18, 1957, p. 53 S.
(5) A. Charru, *J. Phys. Rad.*, 16, 1955, p. 96 S.
(6) A. Charru, *J. Phys. Rad.*, 16, 1955, p. 101 S.

## ÉLECTROTECHNIQUE. — *Observateur de champs tournants.*

Note de (*) MM. **Jacques Ducloz** et **René Perret**, transmise par M. Louis Néel.

Un oscillographe cathodique comporte trois déviations magnétiques triphasées et permet de mettre en évidence les composantes directe et inverse d'une distribution non équilibrée; plus généralement, l'étude des réseaux déséquilibrés ou en régime transitoire, est facilitée par le dispositif décrit.

L'observation directe, en un point quelconque d'un réseau triphasé, des champs tournants provoqués par le système des courants des trois

phases, fournit les amplitudes des tensions ou des intensités composantes, directe et inverse.

La composition du champ tournant nécessite la composition de trois champs provoqués par les trois grandeurs considérées. Un certain nombre de méthodes ont été proposées, en particulier par Darrieus et Favereau [1]. Ces derniers ont utilisé un potentiomètre liquide triphasé dans lequel quatre électrodes détectent deux composantes orthogonales du champ dans l'espace, qu'ils appliquent aux plaques de déviation d'un oscilloscope.

Nous désirions l'image complète du champ tournant. Nous l'avons obtenue en composant dans l'espace trois champs magnétiques concourants décalés respectivement de 120° et proportionnels aux trois grandeurs mesurées. Un tube cathodique muni d'un ensemble de trois bobines de déviation dont les axes font entre eux des angles de 120° permet d'observer sur l'écran une ellipse représentative du champ tournant. Le grand axe de cette ellipse est proportionnel à la somme des composantes directe et inverse, le petit axe à la différence de leurs valeurs absolues. Le spot décrit l'ellipse dans le sens de la plus grande composante, directe ou inverse. Ce sens est repéré par stroboscopie de la façon suivante : la tension continue d'alimentation du tube provient d'une oscillation de haute fréquence (quelques kilohertz) réglable, redressée et filtrée. Un filtrage insuffisant laisse subsister une modulation de la fréquence d'alimentation, qui se traduit par une modulation de la luminosité du spot, donc par une courbe ponctuée sur l'écran. En réglant la fréquence au voisinage d'un multiple de la fréquence du phénomène observé, on obtient un déplacement lent de l'ensemble des points. Le sens de ce déplacement lève le doute sur le sens réel du parcours du spot. Pour obtenir un repérage de la phase du champ tournant, la luminosité du spot est affaiblie et des impulsions de tension, de phase constante, la renforcent périodiquement.

En ce qui concerne le montage des bobines de déviation, il importe que leurs axes respectifs forment strictement des angles de 120° entre eux. La condition d'identité des bobines est moins critique, les écarts pouvant être compensés par une impédance en série dans chaque bobine; les trois ensembles constitués chacun d'une bobine et d'une impédance en série doivent avoir le même facteur de puissance. L'ajustage de la position des bobines et de leurs impédances associées s'effectue en leur appliquant successivement une même tension alternative; on doit alors observer successivement sur l'écran trois segments de droites de même longueur et décalés respectivement de 120°. L'application de la même tension, simultanément aux trois systèmes de déviation permet de vérifier l'insensibilité de l'appareil aux composantes homopolaires.

Dans le cas général où des composantes harmoniques dues aux non-linéarités du réseau se superposent aux composantes fondamentales, la

courbe obtenue sur l'écran a pour équations paramétriques en fonction du temps :

$$x = \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi_n),$$

$$y = \sum_{n=1}^{n=\infty} b_n \sin(n\omega t + \varphi_n).$$

La courbe peut avoir des formes très diverses, mais le plus souvent un seul harmonique existe et l'on observe une forme voisine d'une épicycloïde (dans certains cas, on obtient même exactement une courbe de ce type).

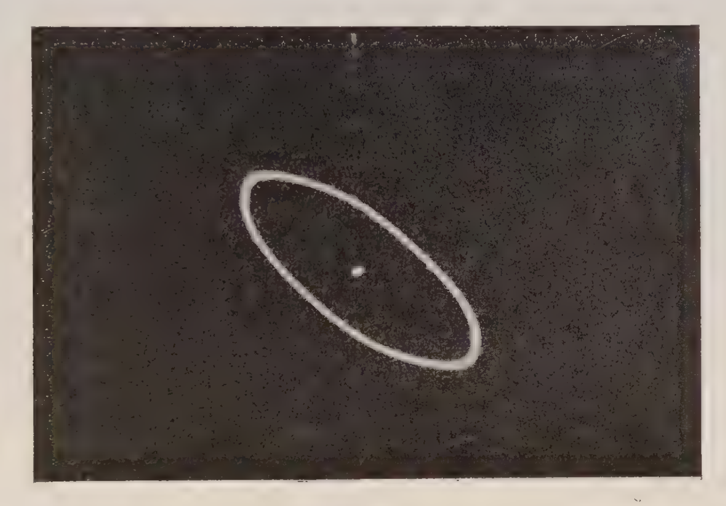


Fig. 1.



Fig. 2.

Par l'observation successive des champs tournants fournis par les systèmes de tension et d'intensité à l'entrée d'un réseau triphasé, cet appareil

permet l'analyse des déséquilibres et des non-linéarités de ce réseau. Il permet également une analyse rapide des impédances permanentes et transitoires des machines électriques à pôles saillants. Il est susceptible de nombreuses autres applications.

A titre d'exemple nous en indiquerons deux :

1° *Réseau triphasé déséquilibré. Source de tensions équilibrées.* — Le réseau est constitué par une ligne artificielle triphasée. Deux phases ont une charge résistive. La troisième est en court-circuit. La ligne est alimentée par une source triphasée de tensions équilibrées d'impédance interne très faible. De la somme et de la différence des axes de l'ellipse observée, on peut déduire aisément les amplitudes des composantes directe et inverse de l'intensité. Les cercles en pointillés correspondent à l'étalonnage.

2° *Réseau triphasé équilibré. Source de tensions déséquilibrées.* — Une source de tensions déséquilibrées alimente des charges équilibrées par l'intermédiaire d'une ligne artificielle triphasée. Les charges équilibrées ont été placées à l'extrémité et au milieu de la ligne. En tous les points les ellipses représentatives du champ tournant sont homothétiques. L'ellipse extérieure correspond au système de tensions d'entrée. Les ellipses intérieures correspondent respectivement aux systèmes d'intensités à l'entrée et dans les deux groupes de charges. On vérifie aussi l'égalité des impédances directes et inverses d'un réseau triphasé équilibré.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) *Conférence internationale des Grands Réseaux Électriques*, 1950, n° 129; 1952, n° 234.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Effet pelliculaire en ondes de choc.*

Note (*) de M. **Louis Castagnetto**, transmise par M. Charles Camichel.

L'auteur propose des formules approchées permettant le calcul de l'effet pelliculaire dans un conducteur cylindrique parcouru par une onde de choc.

M. E. Constantinescu (1) a étudié ce problème et a donné des expressions exactes faisant intervenir une série double portant sur les racines de $J_1(x)$. Il applique la transformation de Laplace à un champ unité, puis au moyen du théorème de Duhamel-Carson il déduit l'effet pelliculaire en ondes de choc.

Nous allons procéder directement.

Soient $i$ la densité du courant; $\mu$ et $\sigma$ la perméabilité et la conductibilité du milieu; $a$ le rayon du conducteur cylindrique.

Dans le système Giorgi rationalisé les équations de Maxwell donnent en

négligeant le courant de déplacement :

$$\text{rot rot}\, i = -\mu\sigma \frac{\partial i}{\partial t},$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial i}{\partial r} - \mu\sigma\frac{\partial i}{\partial t} = 0.$$

Posons

$$i_n = Y_n(r)\, e^{-\gamma_n t}.$$

Il vient

$$\frac{d^2 Y_n}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dY_n}{dr} + \mu\sigma\gamma_n Y_n = 0,$$

d'où

$$i_n = A_n J_0\left(r\sqrt{\gamma_n \mu\sigma}\right) e^{-\gamma_n t}.$$

Posons

$$\alpha_n = \sqrt{\gamma_n \mu\sigma}.$$

Si $I(t)$ est le courant à travers la section du conducteur, la condition imposée par l'onde de choc est

$$I(t) = I_0(e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t}).$$

Or

$$i(r, t) = A_1 J_0(r\alpha_1)\, e^{-\gamma_1 t} - A_2 J_0(r\alpha_2)\, e^{-\gamma_2 t}.$$

Il faudra donc avoir

$$I(t) = 2\pi \int_0^a i(r, t)\, r\, dr,$$

d'où

$$A_n = \frac{I_0}{2\pi a}\frac{\alpha_n}{J_1(a\alpha_n)} \qquad (n = 1, 2)$$

et

$$i(r, t) = \frac{I_0}{2\pi a}\left\{\frac{\alpha_1 e^{-\gamma_1 t}}{J_1(a\alpha_1)} J_0(r\alpha_1) - \frac{\alpha_2 e^{-\gamma_2 t}}{J_1(a\alpha_2)} J_0(r\alpha_2)\right\}.$$

L'effet Joule $W(r)$ s'écrit

$$\sigma W(r) = 2\pi \int_0^t dt \int_0^r r i^2(r, t)\, dr,$$

$$W(r) = \frac{I_0^2 \mu}{2\pi a^2}\left\{\frac{r^2}{4}\left[\frac{J_0^2(r\alpha_1) + J_1^2(r\alpha_2)}{J_1^2(a\alpha_1)} + \frac{J_0^2(r\alpha_2) + J_1^2(r\alpha_1)}{J_1^2(a\alpha_2)}\right]\right.$$
$$\left. + \frac{2\gamma_1\gamma_2}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}\left[J_0(r\alpha_1)\frac{J_1(r\alpha_2)}{\alpha_1} - J_1(r\alpha_1)\frac{J_0(r\alpha_2)}{\alpha_2}\right]\frac{r}{J_1(\alpha_1 a) J_1(\alpha_2 a)}\right\}$$

et en particulier :

$$W(a) = \frac{I_0^2\mu}{2\pi}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left[\frac{J_0^2(a\alpha_1)}{J_1^2(a\alpha_1)} + \frac{J_0^2(a\alpha_2)}{J_1^2(a\alpha_2)}\right] + \frac{2\gamma_1\gamma_2}{2\gamma_1^2 - \gamma_2^2}\left[\frac{J_0(a\alpha_1)}{a\alpha_1 J_1(a\alpha_1)} - \frac{J_0(a\alpha_2)}{a\alpha_2 J_1(a\alpha_2)}\right]\right\}.$$

Il convient de noter que ces expressions sont directement calculables au moyen des tables et qu'elles ne comportent aucune sommation.

Dans un travail ultérieur nous nous proposons de donner une application de cette méthode de calcul en précisant sa validité

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) E. CONSTANTINESCU, *La Science dans la République Populaire Roumaine*, C.N.R.S. 18-52, 840.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Asservissement et régulation de la haute tension d'un générateur d'ondes de choc.* Note (*) de MM. **Jean Lagasse** et **Romane Mezencev**, transmise par M. Charles Camichel.

Les auteurs proposent un dispositif original de réglage de l'alimentation à haute tension d'un générateur d'ondes de choc, dispositif présentant les avantages d'un servomécanisme parabolique unidirectionnel.

Le fonctionnement provoqué d'un générateur d'ondes de choc présente un intérêt certain, tant pour les études de laboratoire que pour les essais industriels.

Nous avons déjà indiqué (1) comment réaliser cet asservissement au moyen d'une régulation de la haute tension utilisant sur le circuit du transformateur haute tension $Tr_1$ deux thyratrons $T_1$ et $T_2$ montés comme l'indique la figure 1. Leur tension grille est asservie à la tension de charge du générateur par l'intermédiaire d'un pont déphaseur dont le bras résistant est remplacé par la résistance rapportée au primaire du transformateur $Tr_2$ dont le secondaire est chargé par les deux tubes $L_5$ et $L_6$. Afin d'obtenir une charge rapide du générateur, ainsi qu'il est nécessaire dans le cas des générateurs à répétition, il y a intérêt à ne faire intervenir la régulation que lorsque la haute tension a atteint la valeur désirée, les thyratrons fonctionnant ainsi à plein régime durant la charge. Pour obtenir ce résultat, nous avons utilisé une bascule de Schmidt $L_1L_2$ et un étage cathodyne $L_3$ dont le fonctionnement est le suivant :

Lorsque la haute tension est nulle, la plaque du tube $L_3$ est portée à un potentiel élevé alors que la plaque du tube $L_3$ est à un potentiel beaucoup plus bas, ce tube étant débloqué. Grâce à la résistance d'écrêtage $R_1$ la polarisation des tubes $L_5$ et $L_6$ est pratiquement nulle et le déphasage qu'ils introduisent est voisin de zéro. Le thyratron $T_1$ conduit donc au maximum. La plaque du tube bloqué $L_2$ est portée à un potentiel élevé et par le jeu du diviseur $R_2R_3$ le thyratron $T_2$ est rendu conducteur, sa grille étant positive.

La valeur de la haute tension augmente donc très rapidement et le potentiel de la cathode de $L_3$ croît en phase. Le basculement du trigger de Schmidt a lieu et la tension plaque du tube $L_1$ s'élève à une valeur

limitée par le tube écrêteur $L_4$. La charge de plaque du tube $L_3$ et les tensions plaques de la bascule ont été choisies telles que la polarisation des tubes $L_5$ et $L_6$ soit alors légèrement négative. A partir de ce moment,

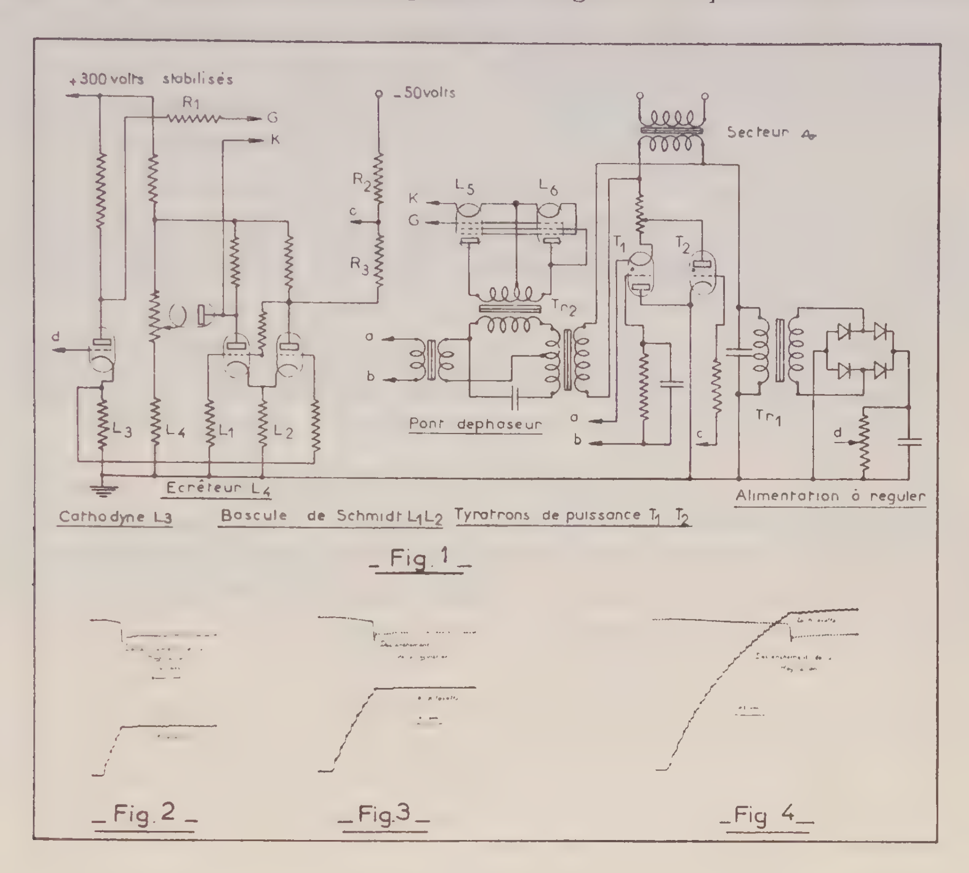



Fig. 1

Fig. 2 — Fig. 3 — Fig. 4

les potentiels des cathodes des tubes $L_5$ et $L_6$ se maintiennent à la tension d'écrêtage tandis que les grilles reliées à la plaque du tube $L_3$ varient en opposition avec la haute tension, réalisant ainsi la régulation cherchée. Parallèlement la tension plaque du tube $L_2$ devient telle que la grille du thyratron $T_2$ rendue négative bloque ce dernier tube. Notons que le fonctionnement de la bascule présentant une hystérésis, la plage de régulation s'étend de part et d'autre du point de basculement. Enfin, pour faire varier la haute tension, il suffit de modifier la position du curseur *d*.

Nous avons ainsi réalisé un asservissement à accélération constante en dehors de la plage de régulation, ainsi que le préconise M. Julien Loeb [2]. L'extension à des tensions bien supérieures est aisée en utilisant, soit des thyratrons plus puissants, soit en les montant dans le circuit de commande d'une self saturable réglant le courant du transformateur $Tr_1$. Certes la sensibilité du système n'est pas constante en fonction de la haute tension, mais la régulation est très bonne pour une gamme étendue de variation.

C'est ainsi que pour le générateur 20 kV que nous avons utilisé les performances du dispositif sont excellentes entre 5 et 20 kV comme le montrent les figures 2, 3 et 4.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 1973.

(2) J. LOEB, *Automatisme*, juillet 1956.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Expression générale de la fonction de transfert du système électromécanique Ward-Léonard.* Note de M. **MICHEL HAMY**, transmise par M. Charles Camichel.

L'auteur propose une expression générale de la fonction de transfert du système électromécanique Ward-Léonard reliant les variations de la vitesse aux variations simultanées des courants d'excitation des deux machines et du couple résistant.

Affectons respectivement les indices 1 et 2 à la génératrice et au moteur à courant continu constituant le système électromécanique Ward-Léonard. Les quantités en minuscules concernent les enroulements d'excitation, celles en majuscules les induits des machines. Les équations de fonctionnement du circuit de l'induit s'écrivent alors

$$(1)\qquad \begin{cases} V = E_1 - R_1 I - L_1 \dfrac{dI}{dt} \\ V = E_2 + R_2 I + L_2 \dfrac{dI}{dt} \end{cases}$$

et l'équation des couples est d'autre part

$$(2)\qquad O = C_2 - J\frac{d\Omega_2}{dt} - \Gamma$$

Γ étant le couple résistant et J l'inertie totale du moteur et de sa charge. Les f. é. m. $E_1$ et $E_2$ d'une part et le couple moteur $C_2$ d'autre part ont pour expression

$$(3)\qquad E_1 = \frac{n_1 \Phi_1}{2\pi}\Omega_1, \qquad E_2 = \frac{n_2 \Phi_2}{2\pi}\Omega_2, \qquad C_2 = \frac{n_2 \Phi_2}{2\pi} I,$$

dans le système d'unités M. K. S. A. En posant $K_2 = n_2 \Phi_2 / 2\pi$, nous obtenons le système d'équations différentielles

$$(4)\qquad \begin{cases} V = E_1 - R_1 I - L_1 \dfrac{dI}{dt} \\ V = K_2 \Omega_2 + R_2 I + L_2 \dfrac{dI}{dt} \\ O = K_2 I - J \dfrac{d\Omega_2}{dt} - \Gamma \end{cases}$$

$E_1$ et $K_2$ sont respectivement des fonctions non linéaires des courants d'excitations $j_1$ et $j_2$.

Pour appliquer la transformation de Laplace à ce système d'équations différentielles, il est nécessaire de le linéariser. Nous effectuons cette linéarisation en considérant les petits mouvements autour d'un régime de fonctionnement statique, indiqué par l'indice zéro ([1]).

Ce fonctionnement est représenté par le système d'équation suivant :

$$(5)\qquad V_0 = E_{10} - R_1 I_0, \qquad V_0 = K_{20}\Omega_{20} + R_2 I_0, \qquad O = K_{20} I_0 - \Gamma_0.$$

Nous écrivons alors $\Omega_2 = \Omega_{20} + \Delta\Omega_2$, $E_1 = E_{10} + \Delta E_1$, ..., etc. En reportant ces valeurs instantanées dans le système d'équations (4) et en tenant compte des équations (5) nous obtenons le système d'équations différentielles reliant les variations $\Delta$ entre elles et en lui appliquant la transformation de Laplace, avec des conditions initiales nulles, on parvient à

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} \Delta V &= \Delta E_1 - (R_1 + L_1 p)\Delta I, \\ \Delta V &= K_{20}\Delta\Omega_2 + \Omega_{20}\Delta K_2 + (R_2 + L_2 p)\Delta I, \\ O &= K_{20}\Delta I + I_0 \Delta K_2 - Jp\Delta\Omega_2 - \Delta\Gamma. \end{aligned}\right.$$

Les variations $\Delta E_1$ et $\Delta K_2$ sont respectivement fonctions des variations des courants d'excitation $j_1$ et $j_2$ et ont pour expression

$$(7)\qquad \Delta E_1 = \left(\frac{dE_1}{dj_1}\right)_0 \Delta j_1 \qquad \Delta K_2 = \left(\frac{dK_2}{dj_2}\right)_0 \Delta j_2,$$

les dérivées étant les pentes des caractéristiques à vide $E_1(j_1)$ et $K_2(j_2)$, pentes mesurées au point de fonctionnement statique considéré. Nous tenons compte ainsi de l'état de saturation des machines. L'expression générale de la fonction de transfert du système électromécanique Ward-Léonard devient donc

$$(8)\qquad \Delta\Omega_2 = \left\{ \frac{1}{K_{20}}\left(\frac{dE_1}{dj_1}\right)_0 \Delta j_1 - \frac{K_{20}\Omega_{20} - (R + Lp) I_0}{K_{20}^2}\left(\frac{dK_2}{dj_2}\right)_0 \Delta j_2 - \frac{R + Lp}{K_{20}^2}\Delta\Gamma \right\} \frac{1}{\left(1 + \frac{RJ}{K_{20}^2}p + \frac{LJ}{K_{20}^2}p^2\right)}.$$

Ainsi cette expression est linéaire en fonction des variations des courants d'excitations. Si ces courants sont fournis par des amplificateurs à courant continu de fonction de transfert $A_1(p)$ et $A_2(p)$ dont les signaux d'entrée sont $e_1$ et $e_2$ respectivement, la variation $\Delta\Omega_2(p)$ est une fonction linéaire de $e_1(p)$ et $e_2(p)$. Notons que les effets des variations du couple résistant sont connues ([2]) et qu'ainsi nous pouvons seulement considérer le fonctionnement à vide du système. La fonction de transfert peut alors s'écrire sous la forme générale

$$(9)\qquad \Delta\Omega_2(p) = G_1(p)\, e_1(p) + G_2(p)\, e_2(p) - G_3(p)\,\Delta\Gamma(p)$$

et si $\Delta\Gamma = 0$ et $p = j\omega$

$$(10)\qquad \Delta\Omega_2(j\omega) = g_1(\omega)\, e^{j\varphi_1(\omega)}\, e_1(j\omega) + g_2(\omega)\, e^{j\varphi_2(\omega)}\, e_2(j\omega)$$

Nous avons vérifié, à l'aide de l'analyse harmonique, les expressions (8) et (10) sur un système Ward-Léonard de 40 CV fonctionnant à vide. Trois essais ont été réalisés autour du même point de fonctionnement statique :

*a*. Contrôle de la vitesse par l'excitation de la génératrice avec $\Delta j_2 = 0$.

*b*. Contrôle de la vitesse par l'excitation du moteur avec $\Delta j_1 = 0$.

*c*. Contrôle de la vitesse par les deux excitations simultanément.

Nous avons pu ainsi déterminer $g_1$, $\varphi_1$ et $g_2$, $\varphi_2$ expérimentalement et par le calcul à l'aide des expressions (8) et (10). Le tableau ci-après montre bien la concordance obtenue entre le calcul et les essais

| $f$ (Hz). | $\omega$ (rd/s). | $g_1(\omega)$. Exp. | $g_1(\omega)$. Théor. | $\varphi_1(\omega)$. Exp. | $\varphi_1(\omega)$. Théor. | $g_2(\omega)$. Exp. | $g_2(\omega)$. Théor. | $\varphi_2(\omega)$. Exp. | $\varphi_2(\omega)$. Théor. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,1..... | 0,628 | 220 | 255 | 51° | 56° | 330 | 340 | 59° | 64° |
| 0,5..... | 3,14 | 47 | 46 | 132° | 140° | 56 | 46 | 144° | 149° |

Le troisième essai a été réalisé en faisant $e_1 = e_2 = e$ d'où

$$\Delta\Omega_2(j\omega) = \{ g_1(\omega)\, e^{j\varphi_1(\omega)} + g_2(\omega)\, e^{j\varphi_2(\omega)} \}\, e(j\omega) = g(\omega)\, e^{j\varphi(\omega)}\, e(j\omega) \tag{11}$$

Les valeurs des quantités $g(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ sont fournies par le troisième essai, par l'expression (8) à partir des caractéristiques des machines et par l'expression (11) à partir des résultats des deux premiers essais. Le tableau ci-après rassemble ces trois résultats et montre d'une part la concordance entre le calcul et les résultats expérimentaux et d'autre part vérifie l'hypothèse faite précédemment selon laquelle on peut négliger le produit de deux accroissements pour obtenir un système d'équations différentielles linéaires.

| $f$ (Hz). | $\omega$ (rd/s). | $g(\omega)$. (8). | $g(\omega)$. Exp. | $g(\omega)$. (11). | $\varphi(\omega)$. (8). | $\varphi(\omega)$. Exp. | $\varphi(\omega)$. (11). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,1............ | 0,628 | 600 | 565 | 550 | 60° | 58° | 56° |
| 0,5............ | 3,14 | 91 | 91 | 100 | 143° | 140° | 139° |

([1]) M. Chesnut et R. W. Mayer, *Servomechanisms and regulating system design*, II, p. 214.

([2]) J. C. Gille, M. Pelegrin et P. Decaulne, *Théorie technique des asservissements*, p. 565.

OPTIQUE. — *Étude des angles de raccordement des surfaces liquides avec les solides par les interférences en lumière polarisée*. Note (*) de M. **Maurice Françon** et M^lle^ **Yvette Gandon**, présentée par M. Armand de Gramont.

La déformation d'une surface liquide provoque la déformation d'une surface d'onde. L'onde est ensuite dédoublée par un système biréfringent. Les deux ondes dédoublées peuvent interférer grâce à un polariseur et à un analyseur. Les interférences permettent de déceler la pente de la surface liquide.

Dans l'étude du mouillage d'un solide par un liquide, les chercheurs se proposaient autrefois de mesurer directement l'angle de raccordement. Étant donné les difficultés rencontrées, les mesures de ce type, qui sont des mesures statiques, ont été remplacées par des mesures dynamiques. Dans la nouvelle méthode que nous proposons, la mesure de l'angle de raccordement peut se faire simplement même dans des régions d'étendues très faibles observables au microscope. Elle permet de déterminer non seulement l'angle de raccordement mais également la tension superficielle. Quoique la mesure des valeurs absolues de ces grandeurs caractéristiques du mouillage soit facile, la méthode nous semble intéressante surtout dans l'étude et la mesure des variations, locales ou non, de ces grandeurs.

Dans une cuve à fond transparent et rempli de liquide, on dispose une lame plane solide verticale. L'onde incidente plane est déformée après traversée de la cuve dans les régions où le liquide se raccorde à la lame. L'onde déformée est dédoublée latéralement par un système biréfringent placé en faisceau parallèle (polariscope de Savart) ou un faisceau convergent (prisme de Wollaston). Les deux ondes dédoublées peuvent interférer à l'aide d'un polariseur et d'un analyseur. En choisissant un dédoublement faible par rapport aux détails observés les interférences montrent les « pentes » de la surface d'onde et finalement les « pentes » de la surface liquide, en particulier l'angle au contact liquide-solide. Les mesures peuvent se faire en teintes plates ou par déformation de franges.

Soit $\Delta$ la variation de la différence de marche lorsqu'on passe d'une région où la surface liquide est plane à la région du contact liquide-solide. Si $n$ est l'indice du liquide, $d$ le dédoublement latéral produit par le système biréfringent ($d$ est une constante de l'appareil), l'angle de raccordement ou angle au contact $\beta$ est donné par

$$\beta = \frac{\Delta}{(n-1)d}. \tag{1}$$

La précision sur la mesure de $\beta$ peut atteindre une dizaine de minutes d'arc.

Toujours dans le cas d'une lame plane, si $\theta$ est l'angle d'inclinaison de la surface liquide à une distance $x$ de la lame plane disposée verticalement, A la tension superficielle du liquide et D sa densité, on a

$$x = \sqrt{\frac{A}{2Dg}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2} + \sqrt{1+\cos\theta}}{\sqrt{2} - \sqrt{1+\cos\theta}} - 2\sqrt{1+\cos\theta} + 2\sqrt{1+\cos\beta} - \frac{1}{\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2} + \sqrt{1+\cos\beta}}{\sqrt{2} - \sqrt{1+\cos\beta}} \right]. \tag{2}$$

On mesure deux valeurs de $\theta$ et les deux distances $x$ à la lame qui leur correspondent. Les valeurs de $\theta$ sont obtenues en mesurant les différences de marche telles que $\Delta$ et en appliquant l'équation (1). On a alors deux

équations analogues à l'équation (2) et qui permettent de calculer A et $\beta$.

Nous avons également étudié les phénomènes au contact d'un fil cylindrique immergé. La méthode pourra s'appliquer de la même manière à l'étude des ménisques formés à la surface de l'eau par certains insectes (Arthropodes aériens).

(*) Séance du 3 février 1958.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Sur l'état de polarisation du rayonnement diffus aux grandes profondeurs dans un milieu suivant la loi de Rayleigh.* Note (*) de M<sup></sup>lle **Jacqueline Lenoble**, transmise par M. Jean Cabannes.

On montre que dans un milieu diffusant suivant la loi de Rayleigh, le rayonnement en grande profondeur serait complètement dépolarisé en l'absence d'absorption propre; en présence d'absorption propre, il y a polarisation avec vibration horizontale, le taux de polarisation augmentant avec l'importance de l'absorption.

Chandrasekhar [1] a montré qu'il est possible de tenir compte de l'état de polarisation du rayonnement dans un milieu diffusant par l'emploi d'une équation portant sur la matrice luminance composée des quatre paramètres de Stokes ($I_l$, $I_r$, $I_u$, $I_v$) et analogue à l'équation classique qui régit la luminance totale.

Avec les notations habituelles [1], [2] cette équation s'écrit

$$(1)\quad \mu\frac{dI(\tau;\mu,\varphi)}{d\tau}=I(\tau;\mu,\varphi)-\frac{1}{4\pi}\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi}P(\mu,\varphi;\mu',\varphi')\,I(\tau;\mu',\varphi')\,d\mu'\,d\varphi' -\frac{1}{4}P(\mu,\varphi;\mu_0,\varphi_0)\,F\,e^{-\frac{\tau}{\mu_0}},$$

les matrices I et F étant rapportées aux axes parallèle et perpendiculaire au plan vertical passant par la direction considérée; si K est le coefficient d'absorption totale, $KP(\mu,\ \varphi;\ \mu',\ \varphi')/4\pi$ est une matrice de diffusion qui joue un rôle analogue au coefficient de diffusion classique et traduit l'action de la diffusion sur les différents paramètres de Stokes.

Quand la diffusion suit la loi de Rayleigh, la matrice $P(\mu,\ \varphi;\ \mu',\ \varphi')$ a une forme relativement simple, et l'étude complète de l'équation (1) a été développée par Chandrasekhar dans le cas où le milieu diffusant ne présente pas d'absorption propre. Il n'est pas très difficile d'étendre ces résultats au cas où il y a absorption propre; si nous appelons $\beta$ le coefficient d'absorption propre et $\varkappa$ le coefficient d'absorption apparente par diffusion, le coefficient d'absorption totale est $K=\varkappa+\beta$, et nous caractériserons la proportion absorption-diffusion par le paramètre $\varpi_0=\varkappa/K$.

Le paramètre $I_v$ est diffusé séparément et nous ne nous occuperons pas de

lui ici, notant simplement que si la lumière incidente n'est pas elliptique, la lumière diffusée ne l'est pas non plus ($I_v \equiv 0$). Nous considérerons donc les équations portant sur les matrices à trois lignes $I_l$, $I_r$, $I_u$. On peut développer

$$P(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = P^0(\mu; \mu_0) + P^1(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) + P^2(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0),$$

où $P^0$ est indépendant de l'azimut, $P^1$ groupe les termes en $(\varphi - \varphi_0)$ et $P^2$ les termes en $2(\varphi - \varphi_0)$; en développant de la même façon $I(\tau; \mu, \varphi)$ l'équation (1) se sépare en trois équations portant respectivement sur $I^0$, $I^1$ et $I^2$.

Il est facile de montrer que pour les termes dépendant de l'azimut on a des solutions de la forme

$$(2) \qquad I^{12}(\tau; \mu, \varphi) = P^{12}(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) F \varphi^{12}(\tau; \mu), \qquad \text{où} \quad \varphi^1(\tau; \mu) \quad \text{et} \quad \varphi^2(\tau; \mu)$$

sont des fonctions satisfaisant chacune à une équation intégrodifférentielle simple qu'on peut résoudre par la méthode des ordonnées discrètes, qui consiste à remplacer l'intégrale par une somme finie de $2n$ termes; les équations caractéristiques correspondantes sont

$$(3) \qquad 1 = \frac{3\varpi_0}{8} \sum_{j=-n}^{+n} \frac{a_j(1 - \mu_j^2)(1 + 2\mu_j^2)}{1 + k\mu_j}$$

et

$$(4) \qquad 1 = \frac{3\varpi_0}{16} \sum_{j=-n}^{+n} \frac{a_j(1 + \mu_j^2)^2}{1 + k\mu_j}.$$

Pour le terme indépendant de l'azimut, en développant l'équation matricielle et en appliquant la méthode d'approximation, on trouve $I_u^0 \equiv 0$ et un système de $4n$ équations différentielles linéaires portant sur les fonctions $I_l^0(\tau; \mu_i)$ et $I_r^0(\tau; \mu_i)$. Le système homogène associé admet des solutions de la forme

$$I_l^0(\tau; \mu_i) = \frac{a\mu_i^2 + b}{1 + \mu_i k} e^{-k\tau} \qquad \text{et} \qquad I_r^0(\tau; \mu_i) = \frac{a + b}{1 + \mu_i k} e^{-k\tau},$$

où $a$ et $b$ sont définis par deux équations homogènes; en écrivant que ces deux équations sont compatibles on obtient l'équation caractéristique de degré $2n$ en $k^2$ qui s'écrit

$$(5) \qquad \left\{ \varpi_0 D_0(k) + \varpi_0 D_2(k) - \frac{8}{3} \right\} \left\{ \varpi_0 D_2(k) - \varpi_0 D_4(k) \right\} = \left\{ \varpi_0 D_0(k) + \varpi_0 D_4(k) - \frac{8}{3} \right\} \left\{ \varpi_0 D_0(k) - \varpi_0 D_2(k) - \frac{4}{3} \right\},$$

en utilisant la notation $D_m(x) = \sum_{j=-n}^{+n} a_j \mu_j^m / (1 + \mu_j x)$; à chaque $k$ correspond un couple de valeurs $a$-$b$. Une solution particulière du système complet est

$$I_l^0(\tau; \mu_i) = \frac{A\mu_i^2 + B}{1 - \frac{\mu_i}{\mu_0}} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} \qquad \text{et} \qquad I_r^0(\tau; \mu_i) = \frac{A + B}{1 - \frac{\mu_i}{\mu_0}} e^{-\frac{\tau}{\mu_0}}.$$

où A et B sont faciles à déterminer: La solution générale s'écrit donc

$$
(6)\quad
\left\{
\begin{aligned}
I_l^0(\tau;\mu_i) &= \sum_{\alpha=-2n}^{+2n} L_\alpha \frac{a_\alpha \mu_i^2 + b_\alpha}{1+\mu_i k_\alpha} e^{-k_\alpha\tau} + \frac{A\mu_i^2 + B}{1-\dfrac{\mu_i}{\mu_0}} e^{\frac{\tau}{\mu_0}},\\
I_r^0(\tau;\mu_i) &= \sum_{\alpha=-2n}^{2n} L_\alpha \frac{a_\alpha + b_\alpha}{1+\mu_i k_\alpha} e^{-k_\alpha\tau} + \frac{A+B}{1-\dfrac{\mu_i}{\mu_0}} e^{\frac{\tau}{\mu_0}}.
\end{aligned}
\right.
$$

Quand $\varpi_0 = 1$ une des racines doubles de l'équation caractéristique (5) est nulle et les deux termes correspondant dans la solution sont remplacés par $L_1 + L_{-1}(\tau + \mu_i)$. Dans le cas d'un milieu de profondeur infinie, les coefficients $L_\alpha$ pour $\alpha = -1, -2, \ldots, -2n$ sont nuls, et les $L_\alpha$ pour $\alpha = 1, 2, \ldots, 2n$ sont déterminés par les conditions de surface $I_l^0(0;\mu_i) = I_r^0(0;\mu_i) = 0$, pour $i = -1, -2, \ldots, -n$.

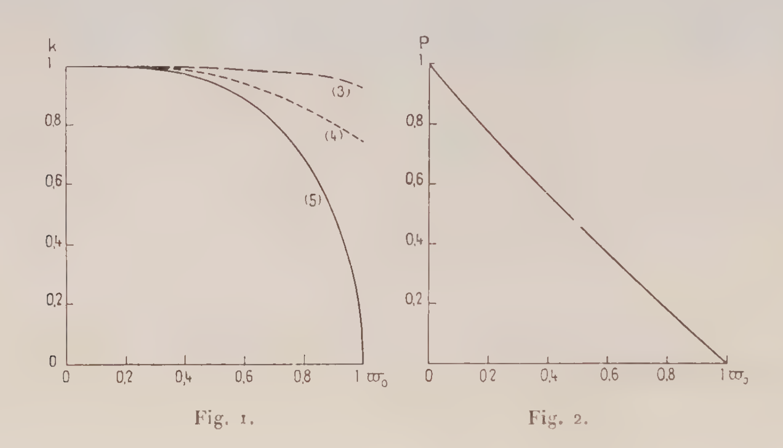



Fig. 1.

Fig. 2.

La solution complète étant exprimée sous forme d'une somme d'exponentielles, il est évident que, en grandes profondeurs, le terme ayant le plus petit exposant devient prépondérant; la figure 1 donne en fonction de $\varpi_0$, la plus petite solution des trois équations caractéristiquee (3), (4), (5). Comme dans l'étude de la luminance totale ([2]) on trouve que les termes dépendant de l'azimuth deviennent négligeables en grande profondeur; la répartition de luminance constante présente une symétrie de révolution autour de la verticale; et la décroissance en fonction de la profondeur est exponentielle avec un coefficient d'extinction $k_1 K \leq K$ où $k_1$ est la plus petite racine de l'équation caractéristique correspondant au terme indépendant de l'azimuth.

Dans le cas où il n'y a pas d'absorption propre ($\varpi_0 = 1$), cette solution asymptotique est

$$
(7)\qquad I_l(\tau;\mu) = I_r(\tau;\mu) = L_1, \qquad I_u(\tau;\mu) = 0;
$$

le rayonnement est entièrement dépolarisé en grande profondeur et la lumi-

nance constante dans toutes les directions. En général, quand il y a absorption propre ($\varpi_0 < 1$) cette solution est

$$(8) \qquad I_l(\tau;\mu) = L_1 \frac{a_1\mu^2 + b_1}{1+\mu k_1} e^{-k_1\tau}, \qquad I_r(\tau;\mu) = L_1 \frac{a_1 + b_1}{1+\mu k_1} e^{-k_1\tau}, \qquad I_u(\tau;\mu) = 0;$$

à la verticale, vers le bas et vers le haut ($\mu^2 = 1$), le rayonnement est entièrement dépolarisé; pour les autres directions, le rayonnement est partiellement polarisé linéairement avec vibration horizontale; le taux de potarisation est $p = (I_r - I_l)/(I_r + I_l) = a_1(1-\mu^2)/[a_1(1+\mu^2) + 2b_1]$ On vérifie facilement que $p \to 0$ quand $\varpi_0 \to 1$; quand $\varpi_0$ diminue, $p$ augmente et tend vers $(1-\mu^2)/(1+\mu^2)$. La figure 2 montre la variation de $p$ en fonction de $\varpi_0$ à l'horizontale ($\mu = 0$).

Nous rappellerons pour terminer que ces résultats concernent un milieu diffusant suivant la loi de Rayleigh; il semble néanmoins que la plupart des résultats qualitatifs en grande profondeur doivent se retrouver pour des lois de diffusion plus générales.

(*) Séance du 27 janvier 1958.

(1) S. CHANDRASEKHAR, *Radiative Transfer*, Oxford, Clarendon Press, 1950.

(2) J. LENOBLE, *Revue d'Optique*, 35 1956, p. 1-17; *Optica Acta*, 4, 1957, p. 1-11.

POLARIMÉTRIE. — *Mesure de la dispersion de la constante de Verdet de quelques composés de la série benzénique.* Note de M. **JACQUES BRETON**, transmise par M. Gaston Dupouy.

Un récent travail (1) m'a permis de déterminer avec précision la dispersion de constante de Verdet d'un certain nombre d'alcools primaires saturés, les mesures étant effectuées à l'aide d'un dispositif photoélectrique à grande sensibilité (2) utilisant des champs magnétiques alternatifs très faibles.

Ce même appareillage m'a permis d'étudier la dispersion de constante de Verdet $\Lambda$ des liquides suivants : benzène-toluène-chlorobenzène-nitrobenzène-phénylamine.

Les données relatives à ces substances sont, ici encore, souvent fragmentaires, et variables d'un auteur à l'autre (3).

| | 4 200. | 4 450. | 4 770. | 4 870. | 5 150. | 5 400. | 5 630. | 6 000. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Benzène (1) 19,5°C | 68,80 | 59,44 | 50,15 | 47,31 | 41,44 | 36,96 | 33,34 | 28,87 |
| Toluène (2) 24°C | 60,41 | 52,45 | 44,30 | 41,91 | 36,65 | 32,61 | 29,41 | 25,52 |
| Nitrobenzène (3) 23°C | 44,72 | 39,36 | 34,04 | 32,38 | 28,69 | 25,79 | 23,40 | 20,71 |
| Chlorobenzène (4) 24°C | 65,70 | 56,87 | 47,91 | 45,40 | 39,81 | 35,48 | 31,92 | 27,53 |
| Phénylamine (3) 13°C | 84,85 | 74,99 | 62,72 | 58,81 | 51,06 | 44,67 | 40,15 | 33,26 |

Les valeurs de $\Lambda$ que j'ai obtenues sont toujours certainement exactes à mieux que trois millièmes en valeur relative, pour toute l'étendue spectrale utilisée (4 000 à 6 000 Å).

Les résultats de mes mesures sont rassemblés ci-dessus.

($\Lambda$ désigne les constantes de Verdet en $10^{-3}$ mn.cm.gauss$^{-1}$.)

Ces résultats permettent de tracer les courbes de dispersion de $\Lambda$ données par la figure 1 :

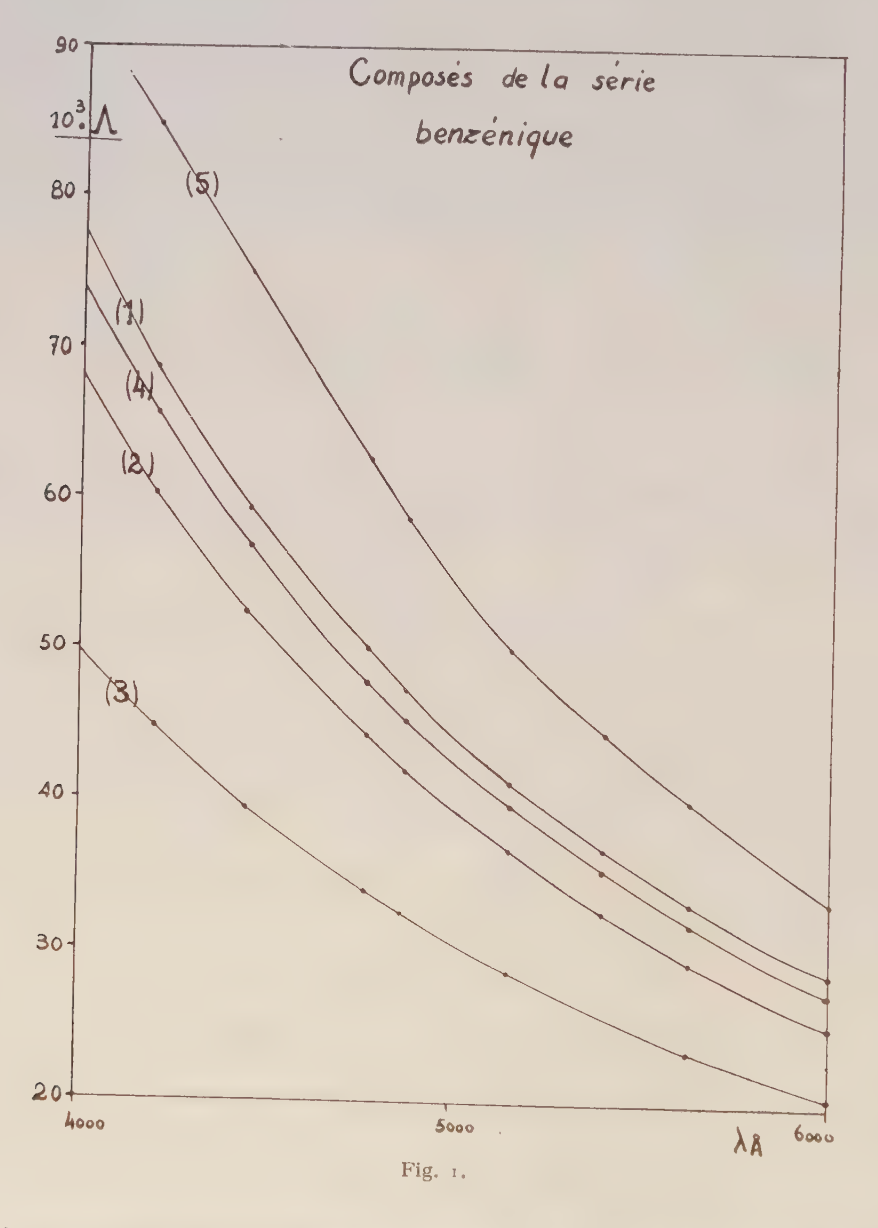



Fig. 1.

Si l'on admet que les courbes de dispersion rotatoire magnétique peuvent

être traduites par une formule à un terme :

$$\Lambda = \frac{2\pi N e^3}{m^2 c^2} \frac{1}{n} \frac{f_1 \omega^2}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2},$$

on peut alors, en portant $10^{13}\lambda/\sqrt{n(M/d)\Lambda}$ en abscisses et $\lambda^2$ en ordonnées, constater que les points obtenus s'alignent généralement sur une droite. En utilisant les données de dispersion de réfraction publiées par M^lle M. Mangenot (4) j'ai pu ainsi tracer les diagrammes rectilignes de la figure 2 :

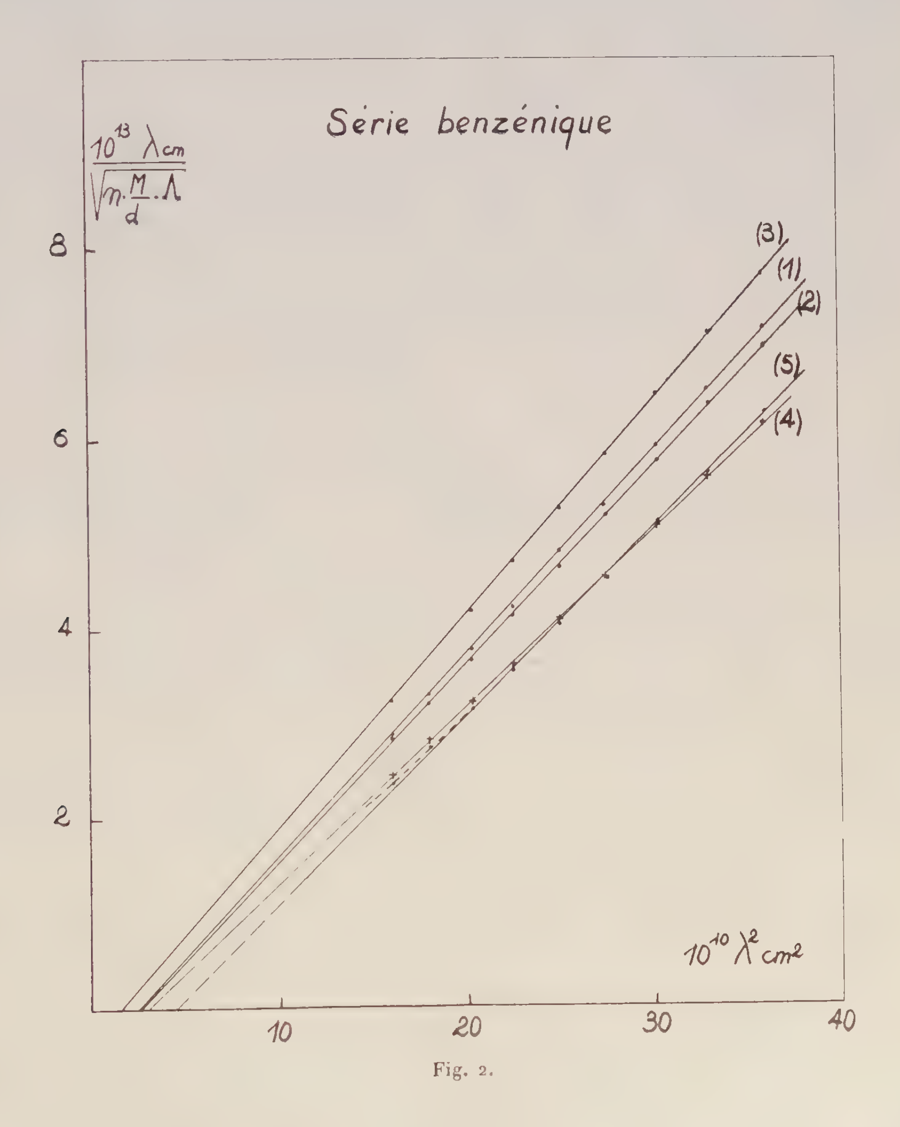



Fig. 2.

On constate à nouveau [*cf.* (1)] que les $\lambda_1^2$ réduites de rotation magnétique ainsi déterminées diffèrent parfois notablement des $\lambda_0^2$ réduites de réfraction calculées par M^lle Mangenot (à partir des graphites rectilignes $\lambda^2/R$, $\lambda^2$).

De même si l'on calcule — à partir de données *expérimentales* — les forces $(f_1)$ des bandes réduites $(\lambda_1)$, on voit qu'elles diffèrent très notablement des forces $(f_0)$ de réfraction.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| | | Benzène. | Toluène. | Nitro-benzène. | Chloro-benzène. | Phényl-amine. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Réfraction | $\lambda_0$ | 1 220 | 1 180 | 1 340 | 1 220 | 1 410 |
| | $f_0$ | 9,2 | 10,6 | 8,5 | 9,7 | 7,9 |
| Rotation magnétique | $\lambda_1$ | 1 600 | 1 610 | 1 225 | 1 700 | 2 100 |
| | $f_1$ | 3,3 | 3,4 | 8,9 | 3,4 | 1,3 |

([1]) J. Breton, *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 307.

([2]) J. Breton, *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 254; *J. Phys. Rad.*, **18**, 1957, p. 53S.

([3]) J. Rabinovitch, *Ann. Phys.*, **13**, 1940, p. 176; M. Scherer, *Thèse*, Paris, 1934; P. Gabiano, *Ann. Phys.*, **20**, 1933, p. 68; E. G. Foehr et Fenske, *Ind. Eng. Chem.*, **41**, 1956, p. 66; Landolt, *Phys. Chem. Tabel*, T II, 1931, p. 884; R. de Mallemann, *Tables de constantes Ann.*, Hermann, Paris, 1951; H. Poltz, *Zs. F. Phys. Chem.*, **32**, 1936, p. 243; K. Scharf, *Ann. Phys.*, **5**, 1932, p. 377; Castleman et Hulburt, *Astr. J.*, **54**, 1921, p. 45; Landolt, *Phys. Chem. Tabel*, **5**, 1935, p. 1783.

([4]) M. Mangenot, *Diplôme études supérieures*, Bordeaux, 1954.

DIFFUSION DE LA LUMIÈRE. — *Facteur de réflexion diffuse d'une suspension d'hématies contenant un colorant.* Note (*) de MM. **André Dognon**, **Pierre Suquet** et **Pierre Drutel**, présentée par M. Jacques Duclaux.

On montre que la loi asymptotique de rétrodiffusion, établie par deux d'entre nous ([1]), pour les suspensions de particules colorées dans un liquide incolore est encore utilisable dans le cas où le liquide interparticulaire est doué d'absorption sélective. Le flux rétrodiffusé, en l'absence de colorant, joue le rôle du flux incident dans la loi de Beer par transmission. On établit une loi de Beer généralisée.

1. *Loi générale.* — L'expérience montre que pour une suspension d'hématies en milieu isotonique contenant un colorant ([2]) de concentration $c$,

$$\operatorname{Log}\Phi_r^c = -\mu c x + \log\Phi_r^0,$$

où $\mu$, coefficient d'absorption du colorant interparticulaire à la concentration de référence;

$c$, concentration du colorant par unité de volume de la suspension;

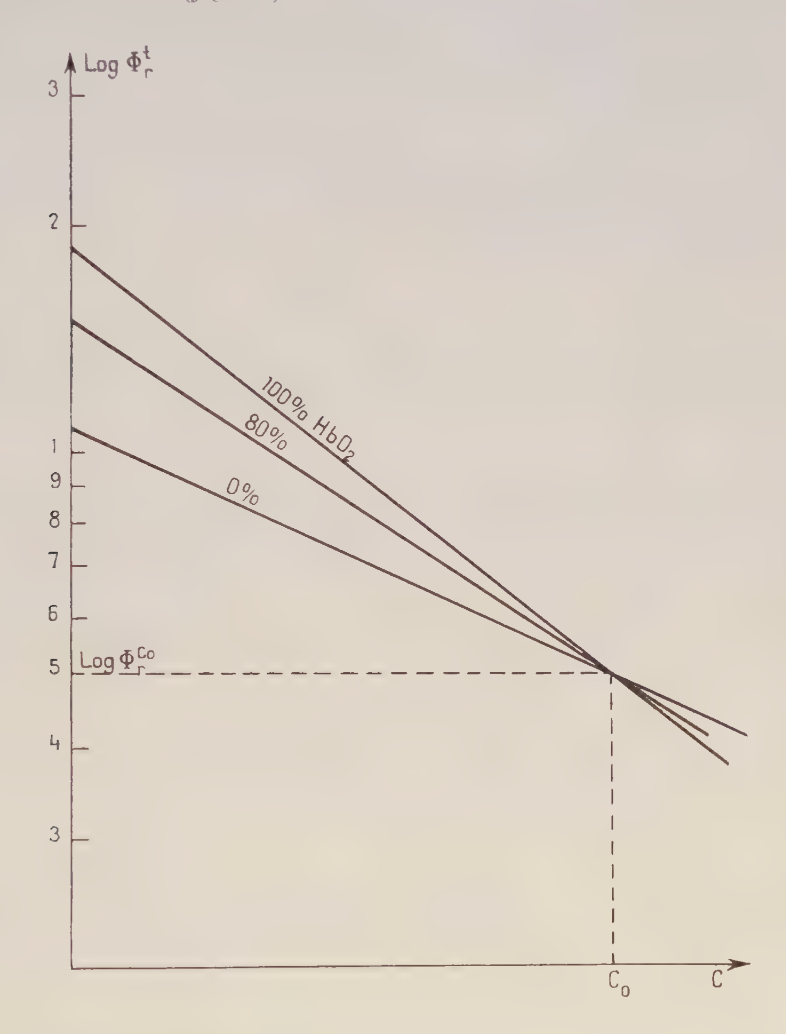
$x$, l'épaisseur équivalente c'est-à-dire l'épaisseur de solution limpide de même concentration qui donnerait, par transmission, une absorption définie par $\Phi_x = \Phi_0\, e^{-\mu c x}$.

On obtient donc pour la suspension une loi de Beer généralisée

$$\Phi_r^c = \Phi_0 \frac{k'}{2k + k' + 2k(k+k')} e^{-\mu c x},$$

$k'$, coefficient de diffusion ;
$k$, coefficient d'absorption moyen du milieu intraparticulaire (¹).

2. *Calcul de $x$.* — Si l'on fait varier le coefficient d'absorption intraparticulaire par modification du taux d'oxygénation de l'hémoglobine, l'expérience montre que les droites de variation de $\log \Phi_r^c$ en fonction de $c$ sont concourantes pour une concentration $c_0$ (*figure*).




On en déduit l'épaisseur utile $x$

$$x = \frac{\log \Phi_r^0 - \log \Phi_r^{c_0}}{\mu . c_0}.$$

3. *Rôle du nombre* N *d'hématies par unité de volume de suspension.* — Il est clair que

$$\frac{dx}{dN} = \frac{dx}{d\Phi_r^0} \frac{d\Phi_r^0}{dN}.$$

Or

$$\frac{d\Phi_r^0}{dN} = 0 \quad (^1).$$

On en déduit

$$\frac{dx}{dN} = 0.$$

D'autre part la concentration $c$ en colorant est évaluée en masse de solvant par unité de volume de la suspension, le terme $\mu cx$ est donc indépendant de N.

On en conclut que $\log \Phi_r^c$ est indépendant de N.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) A. Dognon et P. Suquet, *J. Chim. Phys.*, **10**, 1957, p. 815.

(2) Cl. Fiszlewitz, *Thèse de Médecine*, Paris, 1955.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Étude de la diffusion de la lumière par la structure réelle du quartz en fonction du traitement thermique.* Note (*) de M^lle **Lucienne Taurel**, transmise par M. Louis Néel.

Nous avons montré antérieurement (1), (2), qu'après avoir subi un certain nombre de chauffages et de refroidissements entre deux températures déterminées, l'intensité de la lumière diffusée par le quartz varie réversiblement en fonction de la température. Elle est proportionnelle à la température absolue (1), et inversement proportionnelle à $\lambda^4$ (2). Ces résultats demeurent valables même si l'on admet pour le facteur de Rayleigh du benzène les valeurs « fortes » suivantes :

$$R_B = 48.10^{-6} \quad \text{pour} \quad \lambda_1 = 4\,358 \text{ Å},$$
$$R_B = 16.10^{-6} \quad \text{»} \quad \lambda_2 = 5\,460 \text{ Å},$$
$$R_B = 12.10^{-6} \quad \text{»} \quad \lambda_3 = 5\,780 \text{ Å}.$$

Nous nous proposons maintenant de décrire les phénomènes qui se produisent avant que cette diffusion réversible soit réalisée en utilisant comme raies excitatrices les trois radiations de longueur d'onde $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$.

Lorsque les directions d'incidence et de diffusion sont perpendiculaires à l'axe optique, l'intensité de la lumière diffusée par le quartz à 18° C (non chauffé au préalable) n'est pas inversement proportionnelle à $\lambda^4$; nous indiquons dans la première ligne du tableau les valeurs que fournit le rapport entre le flux $\Phi_Q$ diffusé par le quartz (après déduction de la diffusion réversible en fonction de la température), et le flux $\Phi_B$ diffusé par un même volume de benzène soumis au même éclairement; nous indiquons également les valeurs de l'expression $\lambda^4 R_B (\Phi_Q/\Phi_B)$ qui nous montrent plus clairement qu'une exaltation de l'intensité de la lumière diffusée a lieu dans le jaune.

*Valeurs des flux lumineux diffusés par le quartz à 20° C suivant les cycles de température qu'il a subis.*

| λ (Å)..... | 4 358. | 5 460. | 5 780. | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ............ | $1,1.10^{-3}$ | $2,7.10^{-3}$ | $3,4.10^{-3}$ | Avant tout chauffage |
| $\lambda^4 R_B \frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ........ | $1,9.10^5$ | $3,8.10^5$ | $4,6.10^6$ | |
| $\frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ............ | 0 | $0,6.10^{-3}$ | $0,8.10^{-3}$ | Immédiatement après chauffage à 150° C |
| $\lambda^4 R_B \frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ........ | 0 | $0,8.10^5$ | $1,1.10^5$ | |
| $\frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ............ | $1,1.10^{-3}$ | $2,7.10^{-3}$ | $3,4.10^{-3}$ | Après attente prolongée à 20° C |
| $\lambda^4 R_B \frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ........ | $1,9.10^5$ | $3,8.10^5$ | $4,6.10^5$ | |
| $\frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ............ | $5,2.10^{-3}$ | $9,7.10^{-3}$ | $10,9.10^{-3}$ | Immédiatement après refroidissement à —80° C |
| $\lambda^4 R_B \frac{\Phi_Q}{\Phi_B}$ ........ | $9\ .10^5$ | $13,8.10^5$ | $14,6.10^5$ | |

Ces résultats sont en accord avec les mesures de Humphreys Owen (3).

Après un chauffage prolongé à 200° C, l'intensité de la lumière diffusée à cette température est inversement proportionnelle à $\lambda^4$. Immédiatement après refroidissement à 20° C, le cristal continue à diffuser en $1/\lambda^4$ (2e ligne du tableau), puis il évolue lentement et, au bout de quelques jours, on obtient les résultats indiqués dans la troisième ligne du tableau; le quartz a retrouvé sa structure réelle initiale.

Ceci nous conduit à supposer un « état de structure réelle » caractéristique de la température à laquelle le cristal est porté, et dont la configuration d'équilibre se réalise d'autant plus rapidement que la température est plus élevée.

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons refroidi pendant deux semaines le même échantillon de quartz à la température de — 78° C. Les résultats obtenus immédiatement après avoir de nouveau porté le cristal à température ordinaire sont indiqués dans la quatrième colonne du tableau I. L'intensité de la lumière diffusée a fortement augmenté, elle diminue exponentiellement en fonction du temps et au bout de quelques jours on retrouve les résultats indiqués dans la première ligne de la colonne I.

Nous avons vérifié sur quatre échantillons de provenance différente les phénomènes précédents; ils sont plus ou moins marqués mais sont qualitativement reproductibles.

Ces expériences sont à rapprocher d'études effectuées par J. Curie (4) sur la conductibilité électrique du quartz : suivant l'axe optique, la conduc-

tibilité à température ordinaire est anormalement grande; lorsque l'échantillon a été chauffé, la conductibilité est fortement diminuée; une force électromotrice de polarisation s'établit plus rapidement qu'en absence de traitement thermique. Au bout de quelques jours d'attente à température ordinaire, le quartz retrouve sa conductibilité initiale.

Il est vraisemblable que le long des « canaux » du quartz parallèle à l'axe optique se concentrent les impuretés contenues dans le cristal; une élévation de température a pour effet de permettre à ces impuretés de diffuser à travers la masse du cristal et un équilibre, caractéristique de la température du système, s'établit lentement entre impuretés fixées par les défauts de réseau et impuretés diffusées. Il est alors normal que l'équilibre s'établisse d'autant plus rapidement que la température est plus élevée.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) J. Chapelle et L. Taurel, *J. Chim. Phys.*, 52, n° 4, 1955, p. 307.

(2) M^lle^ Lucienne Taurel, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 1755.

(3) S. P. F. Humphreys Owen, *Proc. Phys. Soc.*, B, 69, 1956, p. 350.

(4) J. Curie, *Ann. Chim. Phys.*, 18, 1889, p. 203.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Propriétés diélectriques de la chabasie et de la heulandite naturelles*. Note de M. **Pierre Ducros**, présentée par M. Charles Mauguin.

Mesure de la constante diélectrique et des pertes diélectriques de la chabasie et la heulandite de 20 à 150° C entre les fréquences 100 c/s-100 kc/s. Un domaine de dispersion de Debye a été trouvé dans les deux zéolites correspondant à des énergies d'activation respectivement de 0,70 et 0,14 eV. Il s'agirait de l'énergie de rotation des molécules d'eau dans le cristal.

De nombreux auteurs ont étudié les propriétés de l'eau zéolitique. Les études aux rayons X ont montré que la structure des zéolites est conditionnée par un enchaînement de tétraèdres $SiO_4$ laissant libres des canaux contenant les cations et les molécules d'eau (1), (2). Une étude diélectrique devait donner des informations sur les rotations possibles des molécules d'eau dans ces canaux.

Nous avons réalisé cette étude entre les températures 20-150° C et les fréquences 100 c/s-100 kc/s. L'échantillon de heulandite était une lame de clivage (010) provenant de Bérufiord (Islande). La chabasie provenait des îles Feroë. Les mêmes domaines de dispersion de Debye ont été observés dans les lames monocristallines et dans des poudres agglomérées en pastilles.

Les variations de $\varepsilon'$ et $\varepsilon''$, parties réelle et imaginaire de la constante diélectrique, en fonction de la fréquence et de la température obéissent à une loi de

Debye ([3]), compte tenu d'une dispersion notable des temps de relaxation ([4])

$$\varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\infty}}{1 (i\omega\tau)^{1-\alpha}};$$

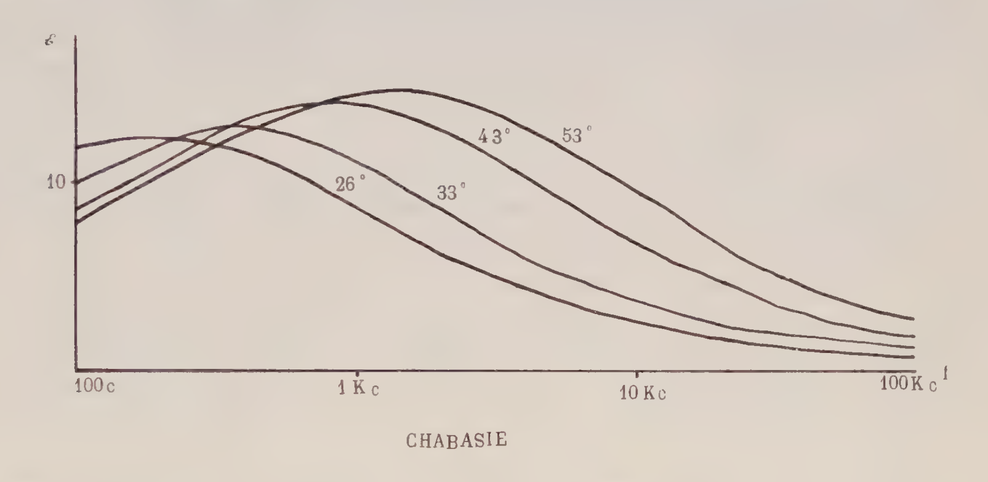
$\alpha$ est voisin de 45° pour la heulandite comme pour la chabasie.

$f_{max}$ étant la fréquence correspondant au maximum de $\varepsilon''$, $\log f_{max}$ varie linéairement en fonction de $1/T$. Les énergies d'activation correspondantes sont :

0,14 eV pour la heulandite;

0,70 eV pour la chabasie.

La précision est mauvaise pour la heulandite ($\pm$ 30 %) et relativement bonne pour la chabasie ($\pm$ 5 %) à cause de l'importance relative de la correction de la conductibilité et des pertes diélectriques.




CHABASIE

Il paraît naturel d'admettre, comme mécanisme de dispersion diélectrique, l'orientation, dans les champs de basse fréquence, des molécules d'eau. La rotation de ces molécules nécessiterait dans cette hypothèse le passage d'une barrière de potentiel plus faible dans le cas de la heulandite que dans celui de la chabasie.

La diffusion des ions et des molécules dans les zéolites a fait l'objet d'importants travaux ([5]) à ([10]). On sait que la structure à trois dimensions de la chabasie permet une sorption rapide de molécules gazeuses telles que l'eau ou l'ammoniac. Le phénomène est plus lent avec la heulandite à cause de sa structure en feuillets. Par contre, nos mesures montrent que la rotation des molécules est plus facile dans la heulandite que dans la chabasie. Il est donc mis en évidence le fait que la diffusion des molécules d'eau dans les zéolites et leur rotation en une position définie correspondent à des mécanismes nettement distincts. Les mesures de dispersion diélectrique que nous avons entreprises, en permettant le calcul de la hauteur des barrières de potentiel de rotation, peuvent ainsi fournir des renseignements complémentaires sur les liaisons de l'eau.

Des expériences sont actuellement en cours concernant les domaines de dispersion diélectrique des échantillons de chabasie dont les cations ont été remplacés par divers ions métalliques, ou une certaine proportion de l'eau par d'autres corps polaires. D'autres zéolites seront aussi ultérieurement étudiées.

(1) J. Wyart, *Bull. Soc. Min.*, 56, 1933, p. 81.
(2) U. Ventriglia, *Per. di Min.*, 24, 1955, p. 49.
(3) P. Debye, *Ber. der Dtsch. Phys. Ges.*, 15, 1913, p. 777.
(4) J. R. Mac Donald, *J. Chem. Phys.*, 20, 1952, p. 1107.
(5) A. Tiselius, *Z. Phys. Chem.*, **169** A, 1934, p. 425 et **174** A, 1935, p. 401.
(6) M. Hey, *Phil. Mag.*, 22, 1936, p. 492.
(7) R. M. Barrer, *Trans. Far. Soc.*, 45, 1949, p. 358 et **46**, 1950, p. 853.
(8) R. M. Barrer et D. W. Brook, *Trans. Far. Soc.*, 49, 1953, p. 1049.
(9) Emmett et De Witt, *J. Amer. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 1253.
(10) Garden, Kington et Laing, *Proc. Roy. Soc.*, A, **234**, 1956, p. 35 et 234.

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE. — *Sur une source d'ions à bombardement électronique.* Note (*) de MM. **Daniel Blanc** et **André Degeilh**, présentée par M. Gaston Dupouy.

On décrit les caractéristiques d'une source d'ions du type Nier utilisée sans champ magnétique auxiliaire, et l'on étudie son fonctionnement pour des pressions et des tensions d'accélérations variables. Le débit ionique dépasse 50 μA pour des tensions supérieures à 8 kV (pour l'air).

La réalisation de dispositifs de spectrométrie de masse nous conduit à faire des études expérimentales systématiques sur les sources d'ions. Leur stabilité et leur débit ionique y jouent en effet un rôle fondamental.

Nous avons réalisé une source du type Nier (1) mais sans champ magnétique auxiliaire, et avons cherché à étendre son fonctionnement à des tensions d'accélération plus élevées que celles employées jusqu'ici, et réglables de 0 à 12 kV.

*Description de la source.* — Le schéma d'ensemble de la source est donné par la figure 1. Sa structure est voisine de celle réalisée par Vauthier (2). La construction mécanique permet de faire varier la plupart des paramètres de la source.

Après réglage mécanique et en faisant varier les tensions appliquées aux différents éléments de la source, nous avons obtenu sur le collecteur (C) un courant électronique compris entre 50 et 500 μA, selon le vide réalisé dans la chambre d'ionisation (B). La différence de potentiel entre la chambre (B) et le filament (F) peut varier de 22,5 à 325 V, et entre le collecteur (C) et la chambre (B) de 22,5 à 112,5 V. Les électrons sont ainsi accélérés de 45 à 400 V environ.

La figure 1 donne la répartition des potentiels électriques obtenus à partir de la haute tension positive sur les différentes électrodes du système.

Les ions positifs sont recueillis dans une cage de Faraday après avoir été accélérés par l'électrode (E). L'électrode (P) est portée à un potentiel supérieur de quelques volts au potentiel de la chambre d'ionisation (B).

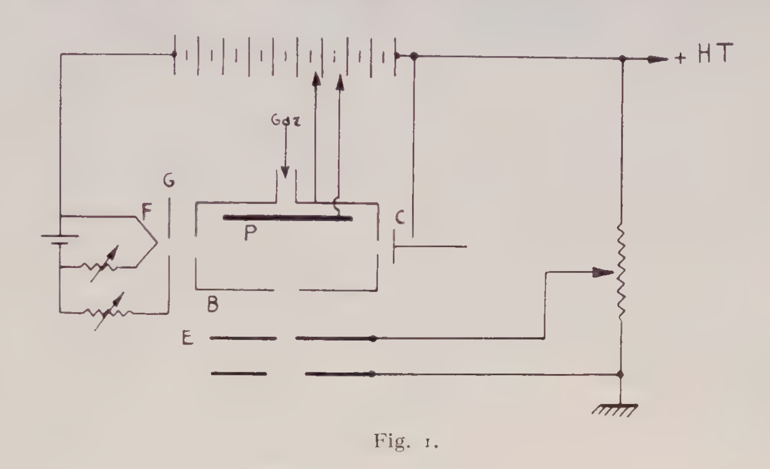



Fig. 1.

*Résultats.* — Le courant d'ions recueilli dans le cylindre de Faraday dépasse 50 μA, lorsque le débit général de la haute tension est d'environ 100 μA, pour une pression de gaz dans la source de l'ordre de $3.10^{-3}$ mm de Hg. Le rapport du débit ionique au débit général haute tension est alors supérieur à 1/2. Dans les cas les plus défavorables, pour des pressions de l'ordre de $3.10^{-4}$ mm de Hg par exemple, ce rapport est d'environ 1/5 dans l'argon et de 1/3 dans l'air.

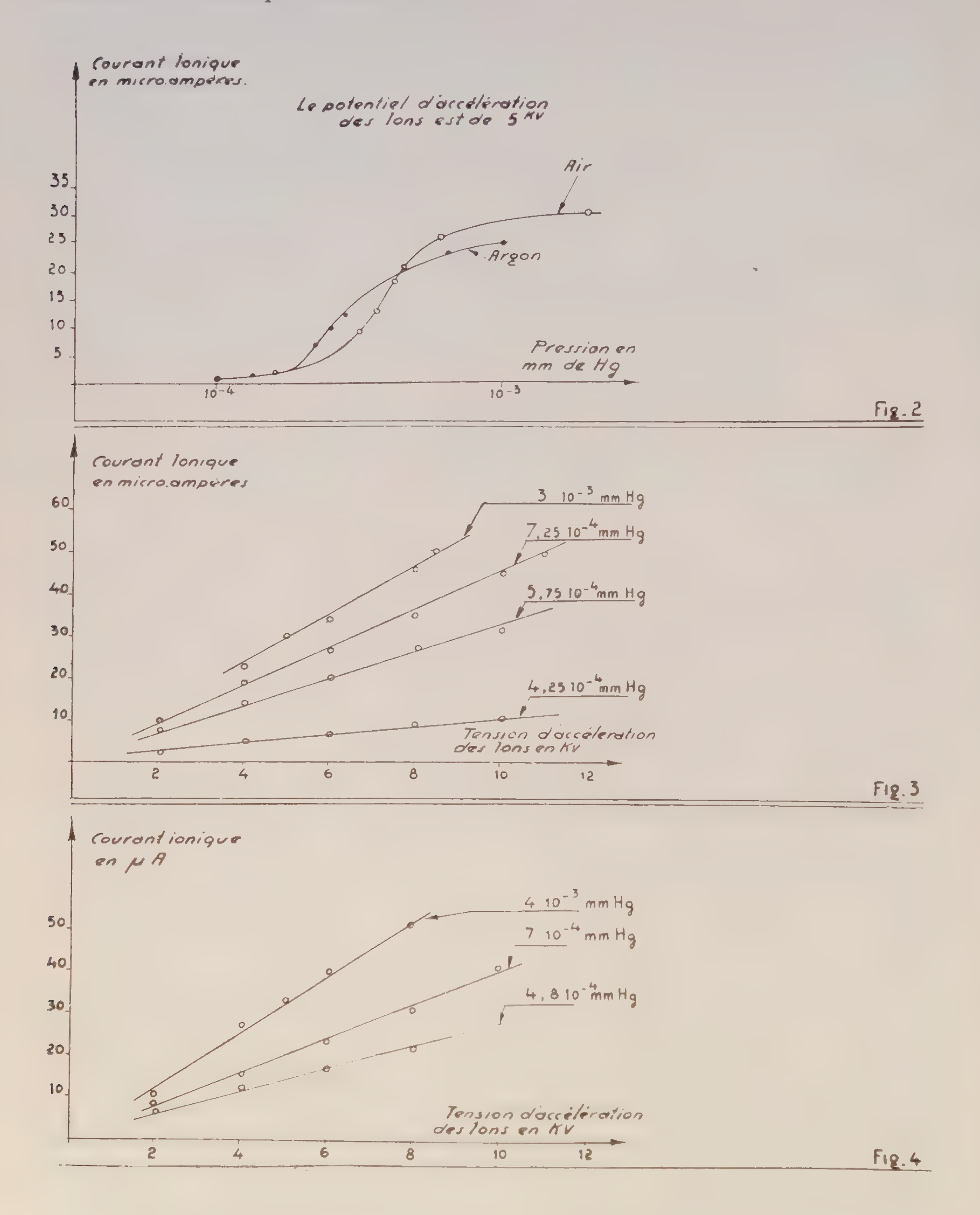
Les courbes de la figure 2 montrent que le courant ionique augmente, à tension constante (5 kV ici), à mesure que la pression de gaz dans la source croît. Le fonctionnement de la source est très stable dans les limites de pression comprises entre $10^{-4}$ et $3.10^{-3}$ mm de Hg. Lorsque la pression du gaz dans la source devient supérieure à $5.10^{-3}$ mm de Hg, il y a instabilité et la source devient alors pratiquement inutilisable.

A pression constante, le meilleur débit ionique est obtenu pour des tensions élevées. Nous nous sommes limités à une tension maximum de 12 kV. Les courbes des figures 3 et 4, valables pour l'air et l'argon, montrent que le courant ionique croît linéairement avec la tension.

Les conditions de fonctionnement optimum de la source sont donc obtenues pour une pression de gaz supérieure à $10^{-5}$ mm de Hg, et pour une tension élevée, de l'ordre de 10 kV, valeur pour laquelle le courant ionique atteint 50 μA.

L'étude faite sur ce modèle de source montre que la stabilité est excellente et le débit ionique satisfaisant. Mais les réglages préliminaires sont

toujours délicats, ce qui peut être gênant dans le cas d'un fonctionnement continu lié à un spectromètre de masse.




Des sources à alimentation H.F. sont actuellement en cours d'étude. Leur débit est supérieur et leur mode d'utilisation plus simple.

(*) Séance du 27 janvier 1958.

(1) A. O. Nier, *Rev. Sc. Instr.*, 18, 1947, p. 398.

(2) M. R. Vauthier, *J. Phys. Rad.*, 13, 1952, p. 107.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Période du premier niveau de rotation du* $^{226}$Ra. Note (*) de MM. **Hamlet Vartapetian** et **Roger Foucher**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Par la méthode des coïncidences retardées $\alpha - \gamma$ on montre que le niveau de 67,8 keV a une période $T_{1/2} = (6,3 \pm 0,7).10^{-10}$ s. On en déduit une valeur de $Q_0$ voisine de celle donnée par le modèle unifié des noyaux. Associée aux mesures de corrélations angulaires cette valeur de $T_{1/2}$ permet de calculer le gradient du champ électrique existant au voisinage des noyaux de Ra : $(\overline{\partial^2 v/\partial z^2}) = 3.10^{18}$ V.cm$^{-2}$.

Pour les noyaux de nombre de masse A compris entre 150-190 et $A > 222$, ont été mis en évidence des moments quadrupolaires élevés (1). Les mesures d'excitation coulombienne et de probabilité de transition $\gamma$ permettent d'atteindre les $B(E_2)$ (probabilités réduites de transitions $E_2$) et les moments quadrupolaires après avoir fait choix d'un modèle.

Pour la région des terres rares, les résultats sont nombreux et concordent en général par les deux méthodes (1). Pour les noyaux lourds $A > 222$, les résultats n'ont été obtenus que par excitation coulombienne, et dans le cas des noyaux pair-pair, que pour les deux noyaux de $^{232}$Th et $^{238}$U (1), avec une erreur de 50 % sur les sections efficaces.

Nous donnons dans cette Note une détermination directe du $B(E_2)$ de la transition de 67,8 keV dans le $^{226}$Ra, par la mesure de la vie moyenne de ce niveau, obtenue par désintégration $\alpha$ du $^{230}$Th(Io).

Les mesures de corrélations angulaires $\alpha$—$\gamma$ (67,8 keV) avec une source d'Io métallique (2) montrent une nette atténuation qui est due au couplage du moment quadrupolaire du noyau de $^{226}$Ra excité, et des gradients de champ électrique existant dans son voisinage. Cette atténuation dépend de la grandeur de l'interaction et du temps pendant lequel elle agit, c'est-à-dire de la vie moyenne $T_{1/e}$ de l'état intermédiaire (niveau de 67,8 keV). La connaissance directe de $T_{1/e}$ associée aux mesures de corrélations perturbées $\alpha$—$\gamma$ peut permettre de remonter aux valeurs des gradients de champ électrique existant dans le voisinage des noyaux.

*Mesure de la période du niveau de* 67,8 keV. — L'appareillage utilisé est un système de coïncidences lent rapide (3), (4). Les phototubes sont des EMI 6262. La coïncidence s'effectue sur un tube 6 BN 6. Les tentatives de mesures effectuées jusqu'à présent donnent pour limite de la vie moyenne $T_{1/e} < 2.10^{-9}$ s (5) et $T_{1/e} \leq 10^{-9}$ s (6). Étant donnée la faible intensité du rayonnement $\gamma$ de 67,8 keV nous avons pris comme détecteur un cristal de INa(Tl) $3,5 \times 2,5$ cm.

Les rayons $\alpha$ sont détectés par un cristal d'anthracène de 6/10ᵉ de millimètre d'épaisseur. La source utilisée Io (10 %) + Th (activité de l'ordre de 2 $\mu$C) donne un spectre continu pour le rayonnement $\alpha$. On peut effectuer une comparaison avec la courbe de coïncidences $\beta$—$\gamma$ (Compton) 411 keV dans $^{198}$Au (vie moyenne $\gamma < 5.10^{-11}$ s). Nous avons utilisé des canaux de discrimination d'énergie $\alpha(\beta)$ et $\gamma$ de $6^{V}$ de large, de manière que la méthode du déplacement du centre de gravité (7) soit applicable. Le temps de résolution du circuit $2t = 8.10^{-9}$ s.

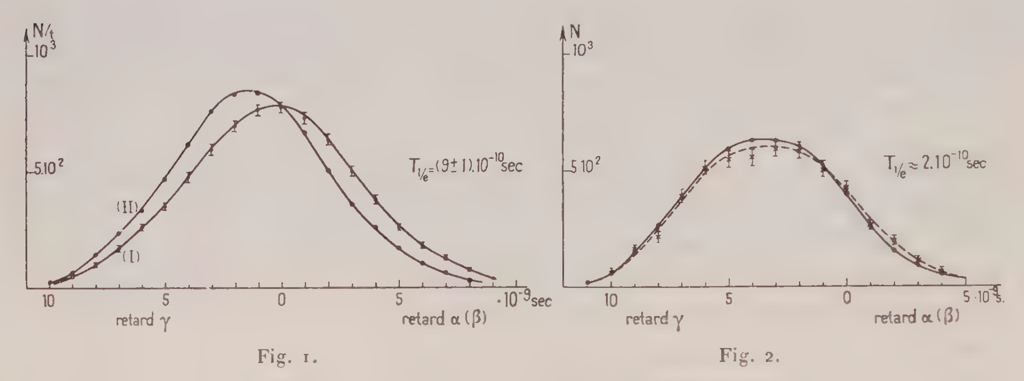



Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Courbes de coïncidences retardées.

(I) entre les rayonnements $\alpha$ — $\gamma$ (67,8 keV) dans $^{230}$Th (Io).

(II) entre les rayonnements $\beta$ — $\gamma$ (Compton 67,8) dans $^{198}$Au.

Temps de résolution : $2t = 8.10^{-9}$ s : largeur des canaux de discrimination d'énergie : $\Delta V = 6^{V}$.

Fig. 2. — Courbes de coïncidences retardées.

$\alpha$ — $\gamma$ (145 keV) dans le $^{230}$Th (courbe en pointillés avec erreurs statistiques).

$\beta$ — $\gamma$ (Compton 145) dans $^{198}$Au (courbe en trait plein.)

La courbe obtenue dans le cas des coïncidences retardées $\alpha$ — $\gamma$ (67,8 keV) est représentée sur la figure 1 (courbe I). En laissant inchangés les canaux $\alpha$ et $\gamma$ on remplace la source d'Io par une source de $^{198}$Au : on obtient la courbe (II). Le déplacement obtenu est de $9.10^{-10}$ s. Il est dû à la vie moyenne du niveau de 67,8 keV du $^{226}$Ra. Pour le vérifier, nous avons tracé dans les mêmes conditions (canaux $\alpha$ et $\beta$ inchangés, mêmes sources d'Io et $^{198}$Au), les coïncidences retardées $\alpha$ — 145 keV dans l'Io et $\beta$ — compton $\gamma$(145 keV) dans le $^{198}$Au (*fig.* 2). On obtient sur trois séries de mesures une vie moyenne voisine $2.10^{-10}$ s [l'incertitude sur cette valeur provient de la mauvaise statistique sur les coïncidences $\alpha$ — $\gamma$ (145 keV) l'intensité du rayonnement $\gamma$ de 145 keV étant très faible, de l'ordre de 0,07 %]. Le calcul théorique de la vie moyenne du deuxième niveau de rotation (4 +) dans le $^{226}$Ra, en admettant que la vie moyenne du premier niveau est $9.10^{-10}$ s, conduit à la valeur approchée $T_{1/e} \simeq 2,5.10^{-10}$ s (imprécision due aux $E_\gamma$ et aux coefficients de conversion interne).

Nous avons mesuré également la vie moyenne du niveau de 67,8 keV en

effectuant les coïncidences $\alpha - X_L$ (du $\gamma$ de 67,8). Les rayonnements $X_L$ de 15 keV sont détectés par un cristal de stilbène de 4 cm d'épaisseur. On compare toujours avec la courbe des coïncidences retardées $\beta - \gamma$ (Compton) dans $^{198}$Au. Le résultat obtenu est en accord avec celui déduit des coïncidences $\alpha - \gamma$,

$$T_{1/e} = (9 \pm 1).10^{-10}\,\mathrm{s}$$

soit pour la période du niveau de 67,8 kV :

$$T_{1/2} = (6,3 \pm 0,7).10^{-10}\,\mathrm{s}.$$

*Résultats.* — Le rayonnement de 67,8 keV étant un rayonnement $E_2$ pur, les tables de Rose donnent pour le coefficient de conversion total (couches L et M) la valeur $\alpha = 64$.

La probabilité réduite de transition $B(E_2)$ sera (8)

$$\frac{B(E_2)}{e^2} = \frac{1}{T_{\frac{1}{e}}(1+\alpha)}\,\frac{75}{4\pi}\,\frac{\hbar}{e^2}\left(\frac{\hbar C}{E}\right)^5,$$

où E est l'énergie de la transition $\gamma$ et $e$ la charge de l'électron. On obtient $[B(E_2)/e^2] = (1 \pm 0,1).10^{-48}\,\mathrm{cm}^4$.

En admettant que le niveau de 67,8 keV (spin 2+) est le premier niveau de rotation du noyau de $^{226}$Ra, on peut calculer le moment quadrupolaire intrinsèque $Q_0$ à l'aide de la formule donnée par Bohr et Mottelson (8). Elle s'écrit dans notre cas $Q_0^2 = [B(E_2)/e^2] \times 16$, soit $Q_0 = (7,1 \pm 0,5).10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$ d'où la déformation $\beta \simeq 0,2$.

Une estimation théorique de $Q_0$ en fonction du nombre de masse A a été faite par Mottelson et Nilson, qui déterminent la déformation d'équilibre dans l'hypothèse du couplage fort (1). Notre valeur de $Q_0$ est de l'ordre de grandeur de celle donnée par ces auteurs.

Enfin la valeur de la vie moyenne $T_{1/e}$(67,8) que nous avons obtenue montre en accord avec l'expérience (2) que la corrélation angulaire $\alpha$-$\gamma$ de l'Io-Ra peut être perturbée par les interactions quadrupolaires.

Nous obtenons pour la moyenne du gradient de champ électrique existant au voisinage des noyaux de Ra (2), la valeur

$$\overline{\left(\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right)} = \frac{1}{T_{\frac{1}{e}}}\,\frac{4\hbar}{3e}\,\frac{I(2I-1)}{Q} \simeq 3.10^{18}\,\mathrm{V.cm^{-2}}$$

où I est le spin de l'état intermédiaire.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson et A. Winther, *Rev. Mod. Phys.*, 28, 1956, p. 432.

(2) G. Valladas, J. Teillac, P. Falk-Vairant et P. Benoist, *J. Phys. Rad.*, 16, 1955, p. 125 ; G. M. Temmer et J. R. Wyckoff, *Phys. Rev.*, 92, 1953, p. 913.

(3) L. Dick, R. Foucher, N. Perrin et H. Vartapetian, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 1335.
(4) H. Vartapetian, *Thèse* à paraître aux *Annales de Physique*.
(5) A. W. Sunyar, *Phys. Rev.*, **98**, 1955, p. 654.
(6) E. Booth, L. Madansky et F. Rasetti, *Phys. Rev.*, **102**, 1956, p. 800.
(7) Z. Bay, *Phys. Rev.*, 77, 1950, p. 419.
(8) *Kgl. Danske Videnskab. Selskab Math. Fys. Medd.*, **27**, n° 16, 1953.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Oxydation par les ultrasons de l'iodure d'éthyle émulsionné dans l'eau.* Note de M. **Henri Gueguen**, présentée par M. Eugène Darmois.

Les quantités d'iode dégagé par ultrasonnation de l'iodure d'éthyle émulsionné dans l'eau en présence d'argon, d'azote, d'oxygène et d'air croissent d'un gaz à l'autre dans l'ordre suivant : azote, argon, air, oxygène, tandis que la quantité d'acide formé croît dans l'ordre : azote, air, oxygène, argon.

L'iodure d'éthyle reste insensible aux ultra-sons (U. S.) en régime de cavitation de vapeur. Même sous l'effet combiné d'un champ électrique et d'un champ ultrasonore il ne subit aucune altération. Mais il est possible de l'oxyder par les U. S., en émulsion dans l'eau.

Des études antérieures (1), (2), (3) ont montré que les solutions aqueuses de IK irradiées par les U. S. dégagent une quantité d'iode qui dépend, toutes choses égales d'ailleurs, de la nature du gaz dissous. L'objet de cette étude est de séparer le rôle des mêmes gaz (argon, oxygène, azote, air) dans le phénomène d'oxydation d'iodure d'éthyle émulsionné dans l'eau.

1. Appareillage et technique. — *a. Générateur d'U. S.* — La fréquence du faisceau ultrasonore est de 960 kc/s. La puissance de 25 W acoustiques fournie par le générateur, est appliquée à une éprouvette de verre mince à fond rond, donc capable de fortes vibrations radiales (4). L'échange de chaleur entre son contenu et l'eau du réfrigérant se fait rapidement et la température du liquide traité a toujours été de 17° ± 1°.

*b. Champ électrique.* — Une tension électrique règne entre deux électrodes constituées par deux grilles rectangulaires (30 × 20 mm) de platine, soudées à l'extrémité d'un tube de verre qui sera disposé concentriquement à l'éprouvette de traitement, leur diamètre étant voisin d'ailleurs (230 mm). La tension électrique continue de 450 V crée un champ électrique E perpendiculaire au champ U. S.

*c. Technique.* — L'eau utilisée est de l'eau déminéralisée par une colonne échangeuse d'ions. Son pH est voisin de 5,90. Elle est désaérée puis saturée du gaz choisi au moyen du montage déjà décrit (3). L'argon Nertal et l'azote R sont fournis par l'Air Liquide, l'oxygène par l'Oxhydrique Française.

Après saturation par le gaz choisi, l'eau est transvasée rapidement dans l'éprouvette de traitement et, par un jeu de robinets à trois voies, le gaz

est envoyé dans la partie supérieure de l'éprouvette pour en chasser l'air cependant que l'iodure d'éthyle est ajouté à l'eau. La pression du gaz surnageant est ensuite ramenée à la pression atmosphérique pendant que l'on bouche hermétiquement l'éprouvette afin d'éviter toute rentrée d'air.

Le traitement dure 30 mn et a porté sur 30 ml d'eau et 2 ml d'iodure d'éthyle pur.

*d. Dosage des produits d'oxydation.* — Après ultrasonation l'iode dissous est repris par le benzène puis on procède à la séparation de l'eau d'une part, d'autre part du benzène, et de l'iodure d'éthyle à l'aide d'une ampoule à décanter.

L'iode a été dosé par l'hyposulfite centinormal au moyen d'une microburette. On devra agiter énergiquement afin de bien émulsionner la solution d'iode dans le benzène et la solution aqueuse de thiosulfate.

Les acides dissous dans l'eau sont dosés par une solution centinormale de soude caustique.

2. Expériences. — 1° *Action combinée d'un champ U. S. et d'un champ* E *sur l'iodure d'éthyle pur.* — L'action des U. S. et ensuite l'action combinée d'un champ U. S. et d'un champ E a porté sur 10 ml d'iodure d'éthyle pur. Lorsque le liquide est irradié il y a formation d'un geyser et l'on peut voir quelques bulles se former au sein du liquide vibrant.

Pour aider la formation des microétincelles qui, d'après Frenkel ([5]), sont nécessaires aux réactions chimiques on ajoute à l'action du champ U. S. celle du champ électrique E. Le courant qui traverse alors le liquide est de 40 μA et reste constant pendant toute la durée du traitement.

Après avoir subi pendant 1 h l'action combinée des champs U. S. et E, l'iodure d'éthyle reste inaltéré. Il en est encore de même lorsque le gaz maintenu au-dessus du liquide est l'oxygène. De même que le benzène ou le tétrachlorure de carbone irradiés à l'état pur ne subissent aucune transformation ([6]), l'iodure d'éthyle pur est insensible aux U. S. en l'absence d'eau.

2° *Action des U. S. sur le système hétérogène eau-iodure d'éthyle.* — Lorsque l'on soumet aux U. S. le système hétérogène eau-iodure d'éthyle le geyser se produit à l'interface iodure d'éthyle-eau et l'iodure est projeté dans l'eau. On peut observer le phénomène de cavitation dans l'eau qui se trouble par suite de l'effet émulsifiant des U. S. cependant que l'eau et l'iodure d'éthyle prennent la coloration due à l'iode dissous.

La présence constante dans l'eau irradiée de l'anion $I^-$, d'un aldéhyde et de l'eau oxygénée a été décelée respectivement par le nitrate d'argent, le nitrate d'argent ammoniacal et le réactif titanique.

Dans le cas où l'eau est saturée d'air ou d'azote l'absence d'acide nitreux a été reconnue par le réactif de Guess « Prolabo ».

3. Mesures. — Le tableau ci-dessous rapporte les séries de mesures.

| Nature du gaz choisi. | ml de $S_2O_3Na_2$ N/100. Expériences 1. | 2. | 3. | Moyenne. | ml de NaOH N/100. Expériences 1. | 2. | 3. | Moyenne. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Azote | 0,75 | 0,70 | 0,80 | 0,75 | 1,20 | 1,15 | 1,20 | 1,18 |
| Argon | 1,17 | 1,25 | 1,20 | 1,20 | 1,65 | 1,70 | 1,75 | 1,70 |
| Air | 1,55 | 1,45 | 1,50 | 1,50 | 1,20 | 1,30 | 1,30 | 1,26 |
| Oxygène | 2,25 | 2,20 | 2,10 | 2,18 | 1,50 | 1,55 | 1,60 | 1,51 |

4. Conclusion. — Prudhomme et Grabar [6] ont établi que l'eau désoxygénée, saturée d'argon est décomposée sous l'influence des U. S. et donne de l'eau oxygénée. Prudhomme [7] a montré d'autre part, que la quantité d'eau oxygénée formée dans l'eau pure irradiée est plus grande en présence d'argon qu'en présence d'oxygène. Toutefois, dans le cas étudié ici, les oxydations causées par les U. S. ont un meilleur rendement en iode dans les solutions contenant de l'oxygène dissous.

Par ailleurs, le rôle des différents gaz dans l'oxydation par les U. S. de l'iodure d'éthyle émulsionné dans l'eau est comparable à celui qu'ils jouent dans l'oxydation de IK [1], [2], [3].

Il est remarquable que l'oxydation par les U. S. de l'iodure d'éthyle en présence d'eau aboutit à des résultats qualitativement comparables à ceux qu'on obtient par photolyse ou par oxydation photochimique de cet iodure d'alcoyle [8].

(1) H. Guéguen, *Diplôme d'Études supérieures*, Lille, 25 janvier 1957.
(2) P. Renaud et H. Guéguen, Communication à la Société de Chimie physique, 13 février 1957.
(3) H. Guéguen, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1926.
(4) A. Dognon et Y. Simonot, *J. Chim. Phys.*, 52, 1955, p. 344.
(5) J. Frenkel, *Acta Phys. Chim. U. R. S. S.*, 12, 1940, p. 317.
(6) R. O. Prudhomme et P. Grabar, *J. Chem. Phys.*, 46, 1949, p. 323.
(7) R. O. Prudhomme, *J. Chim. Phys.*, 1957, p. 332.
(8) G. Emschwiller, *Thèse*, 1932.

(*Laboratoire de Chimie C, Sorbonne, Paris.*)

CHIMIE PHYSIQUE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur la tension superficielle des liquides en mouvement.* Note de MM. **Marius Borneas** et **Ervin Kalman**, présentée par M. Eugène Darmois.

Dans une Note précédente [1] nous avons signalé l'augmentation de la tension superficielle si le liquide à étudier se trouve en rotation. Nous avons déterminé pour deux anneaux la dépendance entre l'angle à la

rupture et la fréquence de rotation, en représentant les résultats par deux courbes.

Nous donnerons dans la Note présente les résultats obtenus à diverses fréquences de rotation, pour deux liquides et plusieurs diamètres, en essayant ensuite une interprétation.

Les mesures effectuées ont conduit aux résultats suivants. Dans le premier tableau sont les valeurs de l'angle à la rupture dans le cas du cyclohexane.

| Diamètre de l'anneau (cm). | Fréquence de rotation (t/s). 0. | 0,56. | 0,80. | 0,98. | 1,40. | 1,96. | 2,47. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,42......... | 56° 10′ | – | – | 56° 30′ | 56° 50′ | 57° 10′ | – |
| 1,79......... | 70 40 | – | – | 71 10 | 71 50 | 72 40 | – |
| 1,95......... | 77 10 | 77° 20′ | 77° 30′ | 77 40 | 78 20 | 79 40 | – |
| 2,31......... | 91 10 | 91 30 | 91 40 | 92 20 | 93 10 | 94 30 | 96° 40 |

Dans le deuxième tableau sont les valeurs de l'angle à la rupture dans le cas de l'eau.

| Diamètre de l'anneau (cm). | Fréquence de rotation (t/s). 0. | 0,56. | 0,80. | 0,98. | 1,40. | 1,96. | 2,47. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,30......... | 137° 00′ | 137° 40′ | 138° 00′ | 138° 30′ | 139° 40′ | 141° 30′ | 143° 30′ |
| 1,58......... | 166 40 | 167 40 | 168 10 | 168 30 | 170 30 | 173 10 | 175 30 |

Les courbes représentant ces résultats ayant la même allure que les courbes de la Note précédente [1], nous ne les reproduisons plus.

On se pose la question, quelles sont les grandeurs physiques dont l'interdépendance est reflétée dans la relation entre l'angle à la rupture et la fréquence de rotation.

L'hypothèse la plus naturelle est que la tension superficielle dépend de la vitesse périphérique du liquide. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons multiplié les fréquences de rotation, des tableaux précédents, avec les diamètres des anneaux, et nous avons divisé les angles à la rupture par les diamètres. C'est ainsi qu'on obtient une grandeur proportionnelle à la vitesse périphérique au long de l'anneau, et une grandeur proportionnelle à la tension superficielle, parce que les valeurs absolues ne nous intéressent pas : nous notons avec $w$ et $k\tau$ ces deux grandeurs. Avec ces données nous formons des autres tableaux.

Représentons ces résultats sur deux diagrammes, l'un pour le cyclohexane (*fig.* 1), l'autre pour l'eau (*fig.* 2). Les nombres correspondant aux divers diamètres ont été indiqués par les signes ○, ⊙, ⊙, ●, dans l'ordre des diamètres croissants.

Pour le cyclohexane :

Anneau de diamètre 1,42 cm.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | – | – | 1,39 | 1,99 | 2,78 | – |
| $k\tau$ | 39,5 | – | – | 39,7 | 40,0 | 40,2 | – |

Anneau de diamètre 1,79 cm.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | – | – | 1,75 | 2,51 | 3,51 | – |
| $k\tau$ | 39,4 | – | – | 39,7 | 40,1 | 40,5 | |

Anneau de diamètre 1,95 cm.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | 1,09 | 1,56 | 1,91 | 2,75 | 3,82 |
| $k\tau$ | 39,5 | 39,6 | 39,8 | 39,9 | 40,1 | 40,8 |

Anneau de diamètre 2,31 cm.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | 1,29 | 1,85 | 2,26 | 3,23 | 4,53 | 5,70 |
| $k\tau$ | 39,4 | 39,6 | 39,7 | 40,0 | 40,3 | 40,9 | 41,8 |

Pour l'eau :

Anneau de diamètre 1,30 cm.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | 0,73 | 1,04 | 1,27 | 1,82 | 2,55 | 3,21 |
| $k\tau$ | 105,3 | 105,8 | 106,1 | 106,5 | 107,4 | 108,8 | 110,3 |

Anneau de diamètre 1,58 cm.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | 0 | 0,88 | 1,26 | 1,55 | 2,21 | 3,09 | 3,90 |
| $k\tau$ | 105,3 | 106,1 | 106,4 | 106,6 | 107,9 | 109,5 | 111,1 |

L'examen des diagrammes nous montre que les signes sont situés de

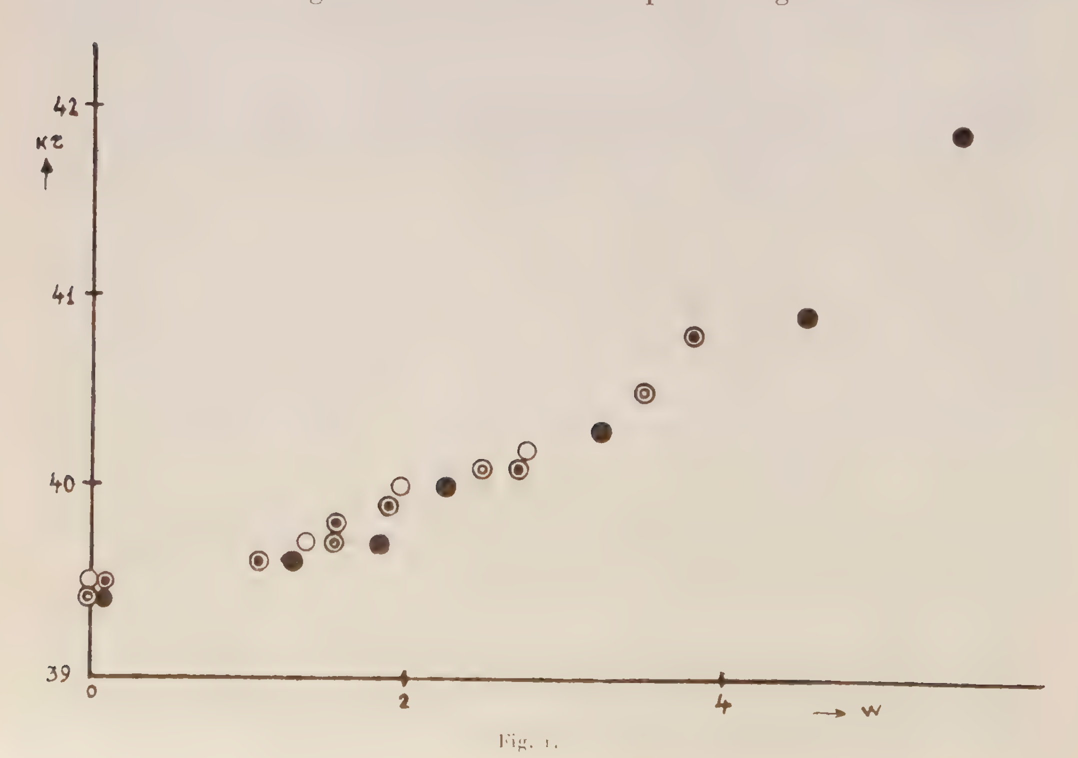



Fig. 1.

telle manière qu'on pourrait construire une courbe ascendante et continue. On pourrait déduire que, dans les conditions de nos mesures, la tension

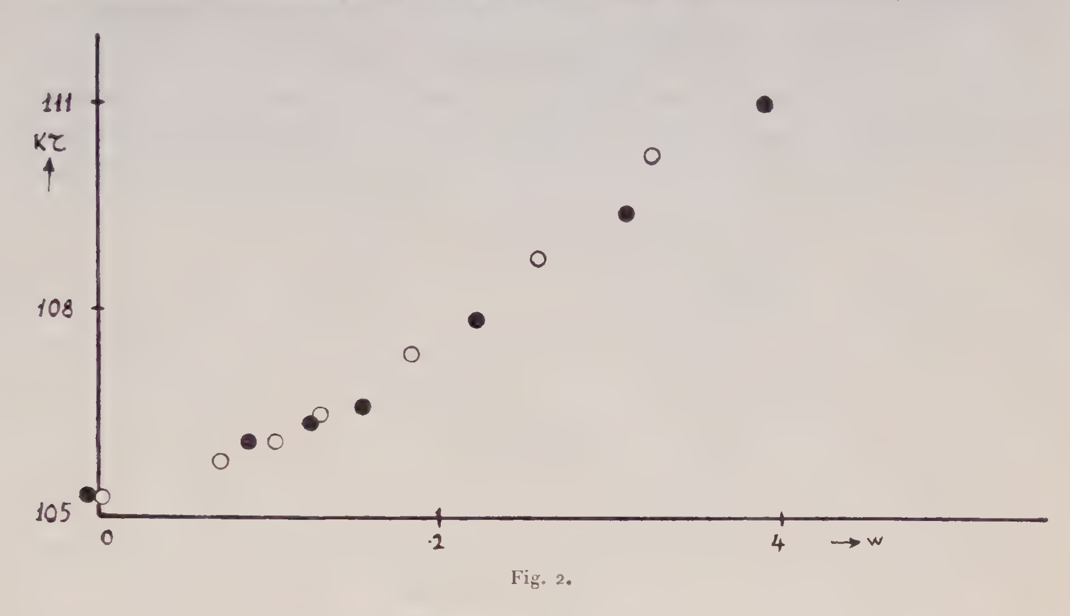



Fig. 2.

superficielle dépend de la vitesse périphérique du liquide. Cependant on ne peut pas exclure tout à fait d'autres hypothèses.

(1) M. BORNEAS et E. KALMAN, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1710.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude microcalorimétrique de l'hydratation du sulfate de calcium anhydre. Effets des inhibiteurs de cristallisation.* Note de M<sup>lle</sup> **MICHÈLE DE TOURNADRE**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour étudier l'effet des inhibiteurs sur la cristallisation du sulfate de calcium, nous avons réalisé l'hydratation du sulfate anhydre, à la température de 30°, dans la cellule d'un microcalorimètre E. Calvet.

Les courbes enregistrées (*fig.* 1) montrent l'existence de deux phénomènes bien distincts, qui paraissent débuter l'un et l'autre à la mise en contact du sulfate anhydre et de l'eau, mais qui évoluent avec des vitesses différentes :

— Le premier est rapide; le maximum est atteint quelques minutes après le début de l'expérience;

— Le deuxième, beaucoup plus lent, présente une forme caractéristique dite de « courbe en cloche ». Le second maximum est atteint seulement 1 h 30 après le début de l'expérience.

La durée totale du phénomène est de 5 h environ. La chaleur dégagée est respectivement de :

— 17,5 cal/g de sel anhydre pour la première partie;

— 26,5 cal/g de sel anhydre pour la deuxième partie.

Ces résultats sont en bon accord avec ceux de Chassevent ([1]) qui avait également distingué ces deux dégagements de chaleur au cours de l'hydratation du sulfate anhydre préparé dans des conditions analogues. Cet auteur attribue le premier phénomène exothermique à la transformation du sulfate anhydre en semi-hydrate et à la dissolution de celui-ci jusqu'à saturation.

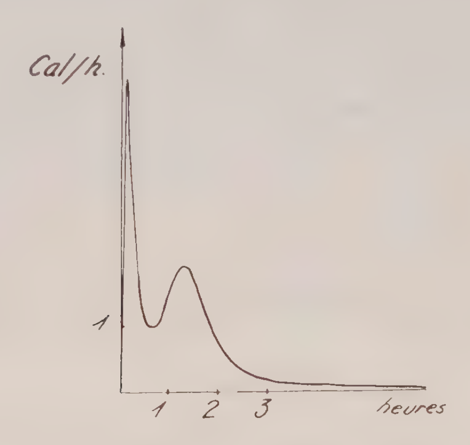



Fig. 1. — Hydratation de sulfate de calcium dans l'eau.

La solution ainsi obtenue est sursaturée par rapport au bi-hydrate qui cristallise. La semi-hydrate en excès se redissout alors et recristallise en bi-hydrate.

La deuxième partie de la courbe correspond à la somme des chaleurs dégagées au cours de chacune de ces deux réactions.

Cette interprétation est conforme à la théorie de Le Chatelier qui explique la prise du plâtre par la formation d'une solution sursaturée qui laisse déposer des cristaux dont l'enchevêtrement favorise la cohésion.

Nos courbes microcalorimétriques montrent particulièrement bien la thermocinétique de ces phénomènes.

Différents auteurs [Graft et Raush ([2]), Arredondo ([3])] ont étudié des inhibiteurs qui agissent sur la vitesse de prise du plâtre.

Pour étudier l'action de tels corps sur les phénomènes qui se produisent lors de l'hydratation du sulfate de calcium, nous avons réalisé des essais microcalorimétriques, en employant de l'eau contenant des inhibiteurs. En particulier, avec des solutions d'alcool et de dextrine aux concentrations de 2 %, 3 % et 5 %, on constate que les courbes d'hydratation ont le même aspect, mais que la deuxième partie est ralentie et cela d'autant plus qu'il y a davantage d'inhibiteurs. La chaleur dégagée est toujours la même (*fig.* 2 et 3).

Ces résultats semblent montrer que la présence d'inhibiteur n'ait pas d'influence sur la transformation du sulfate anhydre en semi-hydrate; en effet, la première partie de la courbe demeure inchangée. Mais elle a pour effet de ralentir la cristallisation du bi-hydrate.

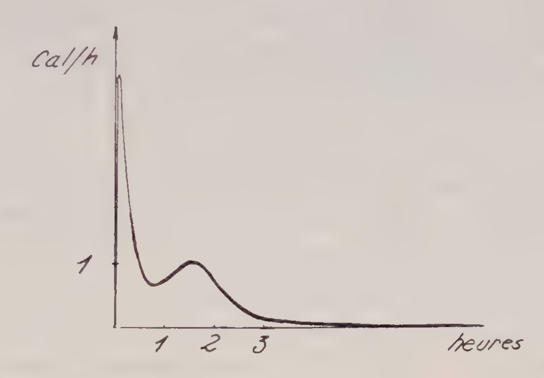



Fig. 2. — Hydratation du sulfate de calcium en présence d'alcool (solution 2 %).

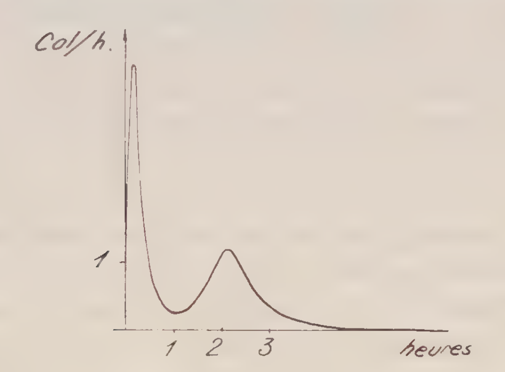



Fig. 3. — Hydratation du sulfate de calcium en présence de dextrine (solution 3 %).

En présence d'inhibiteur, la cristallisation du gypse est ralentie et la décomposition dure plus longtemps.

(1) Chassevent, *Thèse*, Paris, 1926.
(2) F. Graft et F. Rausch, *Zement Kalk Gips. Dtsh*, mai 1951, p. 117-123.
(3) F. Arredondo, *Inform. Constr. Esp.*, août-septembre 1952, nº 43, p. 614.

(*Laboratoire de Microcalorimétrie et de Thermogénèse du Centre National de la Recherche Scientifique, Faculté des Sciences de Marseille,*)

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude du système binaire formé par le chlorure de nitrosyle et le tétrachlorure de silicium.* Note (*) de MM. **Claude Devin** et **Roger Perrot**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'analyse thermique des mélanges de chlorure de nitrosyle et de tétrachlorure de silicium met en évidence l'existence, à basse température, de la combinaison $SiCl_4$, 2NOCl et d'une zone de non-miscibilité à l'état liquide.

Contrairement aux autres tétrachlorures du groupe IV de la classification périodique, les tétrachlorures de silicium et de germanium ne forment pas avec le chlorure de nitrosyle de complexe $MCl_4$, 2 NOCl; ceci dans un intervalle de température allant de — 40 à + 100° C. Il en est de même, bien entendu, du tétrachlorure de carbone.

Nous avons ainsi été amenés à étudier à basse température les mélanges de chlorure de nitrosyle et d'un des tétrachlorures précédents.

Dans la présente Note sont donnés les résultats concernant le système binaire tétrachlorure de silicium, chlorure de nitrosyle, dont nous avons fait l'analyse thermique. Au point de vue expérimental, nous avons opéré de la manière suivante : on distille dans un tube laboratoire, refroidi à — 40°, des quantités connues des deux corps, en présence d'azote sec qui passe à travers la partie supérieure de l'appareil, de manière à éviter toute rentrée d'air humide.

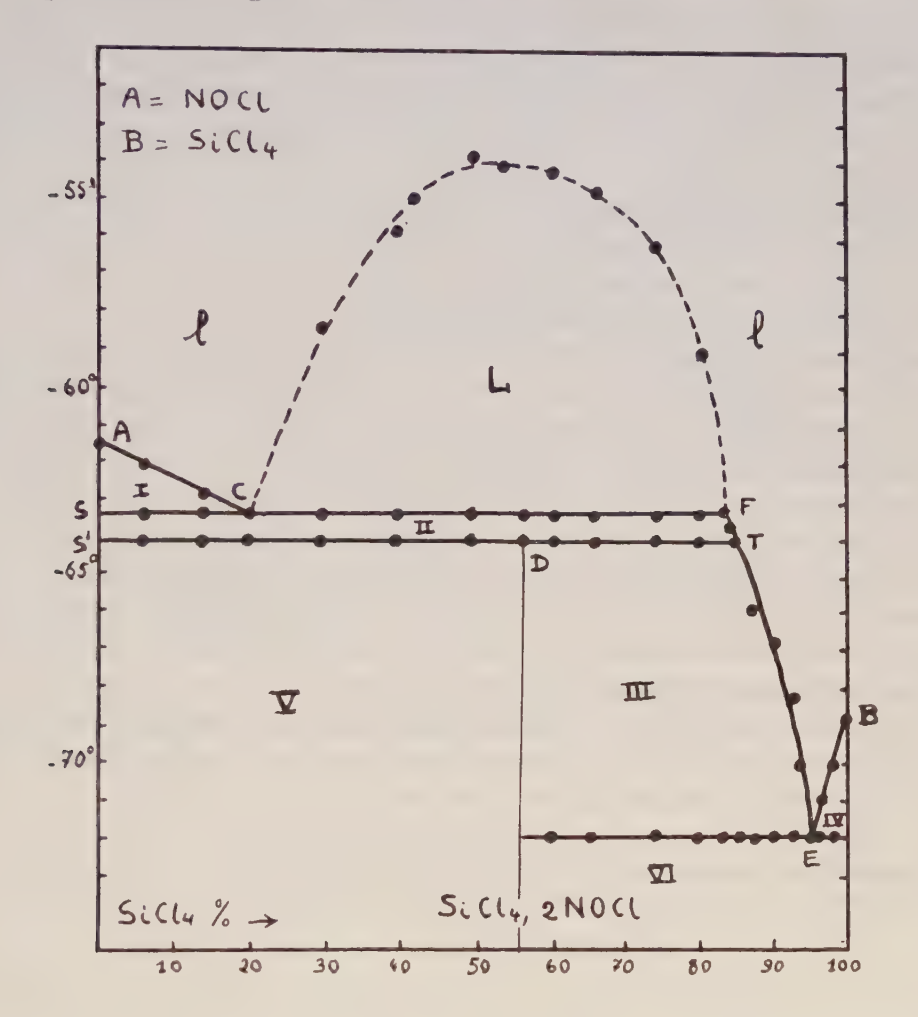
Le tube laboratoire est monté dans un manchon placé dans un vase de Dewar contenant un mélange pâteux de neige carbonique et d'acétone; de tels mélanges sont stables pendant plusieurs heures. On règle la vitesse de refroidissement en faisant le vide dans le manchon. Nous avons utilisé un thermomètre à alcool, au moyen duquel est assurée l'agitation dans le tube laboratoire.

Les températures lues ont été corrigées en se référant aux points fixes suivants : température de transformation du tétrachlorure de carbone — 46°,7 et température de cristallisation du chloroforme — 63°,5.

Les températures de cristallisation du chlorure de nitrosyle et du tétrachlorure de silicium ont été trouvées égales respectivement à — 61°,5 ± 0°,1 et à — 68°,8 ± 0°,1. Ces valeurs sont en excellent accord avec celles indiquées dans la littérature : — 61°,5 pour NOCl et — 69° pour $SiCl_4$.

Les teneurs des mélanges en tétrachlorure de silicium ont été déterminées d'après les poids des réactifs introduits et les valeurs ainsi trouvées ont été contrôlées par l'analyse. Les résultats obtenus ont été reportés sur un diagramme : en abscisses figurent les pourcentages en tétrachlorure de silicium, en ordonnées les températures. Il ne nous a pas été possible d'y mentionner les durées des divers paliers; en effet, nous avons observé des

surfusions qui, si elles ne portent que sur quelques dixièmes de degrés dans la partie gauche du diagramme, correspondent souvent à plusieurs degrés pour les mélanges à forte teneur en tétrachlorure de silicium.




Nous avons observé, en outre, que les mélanges ne sont pas tous homogènes à l'état liquide. La zone d'hétérogénéité a été tracée expérimentalement; la température de non-miscibilité commençante est déterminée par la méthode du point de trouble. Les compositions limites des deux liquides à — 63°,4 ont été obtenues par l'analyse d'échantillons prélevés dans les deux couches; elles sont de 20 % en $SiCl_4$ pour le liquide C, riche en NOCl, et de 83 % pour le liquide F, le plus dense.

Les divers domaines d'existence se définissent comme suit :

(*l*) un liquide homogène;

(L) deux liquides $l_1$ et $l_2$;

(I) NOCl solide en équilibre avec un liquide.

Palier SCF (— 63°,4) : NOCl solide et deux liquides; le système est invariant, et le demeure jusqu'à ce que $l_1$ ait disparu en donnant NOCl solide et $l_2$.

(II) un liquide en équilibre avec NOCl solide.

Palier S'DT : deux solides NOCl et $SiCl_4$, 2 NOCl, et un liquide. Le système est invariant et le demeure jusqu'à ce que NOCl solide ait disparu de manière à former $SiCl_4$, 2 NOCl. Ce palier est limité par le point de transition T (— 64°,1).

(III) $SiCl_4$, 2 NOCl solide et un liquide.

(IV) $SiCl_4$ solide et un liquide.

(V) $SiCl_4$, 2 NOCl solide et NOCl solide.

(VI) $SiCl_4$, 2 NOCl solide et $SiCl_4$ solide.

L'existence du composé $SiCl_4$, 2 NOCl est nettement mise en évidence, les mélanges pour lesquels la teneur en $SiCl_4$ est inférieure à 56,47 % ont une température de cristallisation finissante égale à — 64°,1, ceux pour lesquels la teneur en $SiCl_4$ est supérieure à 56,47 % ont une température de cristallisation finissante égale à la température eutectique, soit — 72°.

Le composé $SiCl_4$, 2 NOCl est à fusion non congruente; le tracé du diagramme montre qu'on ne peut pas l'obtenir à une température supérieure à — 64°,1. Il entre dans la série des complexes $MCl_4$, 2 NOCl formés par le chlorure de nitrosyle et les tétrachlorures des éléments du groupe IV de la classification périodique [1].

Il est utile de remarquer que le diagramme $SiCl_4$-HCl [2] plus simple que le nôtre, puisqu'il ne comporte pas de zone d'hétérogénéité à l'état liquide, met en évidence un composé $SiCl_4$, 2 HCl.

(*) Séance du 27 janvier 1958.

(1) R. Perrot et C. Devin, *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 772.

(2) G. Varga, *Thèse*, Strasbourg, 1936.

(*Faculté des Sciences de Besançon, Laboratoire de Chimie générale.*)

CHIMIE ORGANIQUE. DÉRIVÉS SILICIÉS. — *Scission de monosiloxanes symétriques.* Note (*) de M. **Jacques Valade**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons obtenu la scission de la liaison Si—O—Si des siloxanes symétriques $R_3SiOSiR_3$ ($R = CH_3$, $C_2H_5$) par action des anhydrides acétique et benzoïque en présence de chlorure de zinc. Dans le cas où $R = C_6H_5$, la scission n'a pas lieu. Les anhydrides maléique et succinique, dans les mêmes conditions ne réagissent pas.

Les éthers oxydes aliphatiques sont scindés par les anhydrides et les chlorures d'acides en présence de catalyseurs [1] tels que le chlorure de

zinc

$$ROR + (R'CO)_2O \xrightarrow{Cl_2Zn} 2R'COOR.$$

Nous avons montré que dans le cas d'éthers oxydes comportant un atome de silicium dans la molécule, on obtenait le même type de réaction. Toutefois, selon la distance du silicium à la fonction, on observe également une rupture de la chaîne au niveau du silicium et un réarrangement des produits de scission [2].

Nous avons effectué la même réaction, dans les mêmes conditions opératoires, avec des monosiloxanes symétriques. Jusqu'alors, la stabilité de ces dérivés avait été étudiée dans quelques cas : le traitement à l'acide sulfurique conduit aux halogénures de trialcoylsilyle si l'on opère en présence de l'halogénure d'ammonium correspondant [3]; l'iode et l'aluminium permettent la préparation des iodures de trialcoylsilyle [4]. D'autre part, les organométalliques provoquent la rupture de la liaison Si-O avec formation des dérivés alcoxylés et alcoylés correspondants [5].

L'emploi des anhydrides d'acides nous a permis de préparer avec un bon rendement les acyloxysilanes, suivant :

$$R_3Si.O.SiR_3 + (R'CO)_2O \xrightarrow{Cl_2Zn} 2R'.COO.SiR_3.$$

Ces dérivés peuvent être obtenus à partir des chloro et des alcoxysilanes ou des silanols, par action des chlorures ou des anhydrides d'acides, des acides eux-mêmes ou de leurs sels minéraux. Ils ne l'avaient pas été, à notre connaissance, à partir des siloxanes.

Nous avons étudié les hexaméthyl-, hexaéthyl- et hexaphényldisilylmonoxanes. Les essais de scission furent réalisés dans des conditions identiques. Nous décrirons le cas de l'hexaméthyldisilylmonoxane traité par l'anhydride acétique en présence de $Cl_2Zn$. Il a été vérifié qu'en l'absence de chlorure de zinc, il ne se produit aucune réaction.

On ajoute à froid et en agitant, 32 g d'hexaméthyldisilylmonoxane (0,2 mole) à 20 g d'anhydride acétique (0,2 mole) et 5,5 g de chlorure de zing (environ 0,04 mole). Le mélange est agité au reflux pendant 2 h, puis distillé. On obtient 48 g (rendement 90 %) d'acétate de triméthylsilyle ($É_{760}$ 107°,5; $n_D^{20}$ 1,3870; $d_4^{20}$ 0,8817; $CH_3COO$, trouvé 44,92 %; calculé pour $C_5H_{12}O_2Si$, 44,69 %; $R_M$ trouvé, 35,24; calculé pour $C_5H_{12}O_2Si$, 35,67).

Dans le cas de l'hexaéthyldisilylmonoxane, on obtient l'acétate de triéthylsilyle avec un rendement du même ordre, dont les constantes sont les suivantes : $É_{760}$ 168°, $n_D^{20}$ 1,4195; $d_4^{20}$ 0,8881; $R_M$ trouvé, 49,53; calculé pour $C_8H_{18}O_2Si$, 49,56.

Avec l'anhydride benzoïque, on observe une scission identique, avec des rendements comparables :

$$(C_6H_5.CO)_2O + (CH_3)_3Si.O.Si(CH_3)_3 \xrightarrow{Cl_2Zn} 2C_6H_5.COOSi(CH_3)_3.$$

Au cours de la distillation du benzoate de triméthylsilyle à partir du mélange réactionnel, on isole une très faible quantité de chlorotriméthylsilane (2 à 3 %). En maintenant à ébullition prolongée du benzoate de triméthylsilyle et du chlorure de zinc, nous avons obtenu une quantité de chlorotriméthylsilane du même ordre, ce qui explique sa formation au cours de la réaction.

L'hexaphényldisilylmonoxane ne réagit pas, même en modifiant les quantités relatives des réactifs.

Nous n'avons obtenu aucune scission avec les anhydrides maléique et succinique.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) M. Descudé, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 1129.

(2) R. Calas, N. Duffaut et J. Valade, *Bull. Soc. Chim.*, 1955, p. 790.

(3) E. A. Flood, *J. Amer. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 1735; B. O. Pray, L. H. Sommer et G. M. Goldberg, *J. Amer. Chem. Soc.*, 70, 1948, p. 433.

(4) M. G. Voronkov et Yu. I. Khudobin, *Bull. Acad. Sc. U. R. S. S.*, Sect. Sc. Chim., 1956, p. 713.

(5) M. C. Harvey, W. H. Nebergall et J. S. Peacke, *J. Amer. Chem. Soc.*, 79, 1957, p. 1437.

(*Faculté des Sciences, Bordeaux.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Diméthoxy-1.4 anthracènes substitués en méso. La diméthyl-9.10 anthraquinone-1.4.* Note (*) de M. **Yves Lepage**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Préparation de divers diméthoxy-1.4 anthracènes portant en méso un ou deux des substituants suivants : phényle, méthyle, méthoxyle. Étude du composé mésodiméthyle et de son isomère, le diméthoxy-1.4 méthylène-9 méthyl-10 dihydro-9.10 anthracène. Préparation de la diméthyl-9.10 anthraquinone-1.4 à partir de la quinizarone.

Des études antérieures ont montré que les photooxydes de dialcoxy-1.4 diaryl-9.10 anthracènes, tels que I*c* (1), (2), (3), libèrent de l'oxygène dès la température ordinaire. Les photooxydes des dialcoxy-1.4 anthracènes non substitués en méso, du type I*a* (4), n'ont pu être isolés à cause de leur très grande instabilité.

En vue d'étudier l'influence des substituants en méso sur la stabilité des photooxydes, j'ai préparé quelques dérivés du diméthoxy-1.4 anthracène, I*a*. Ils portent les substituants suivants : phényle en 9, II*c*; phényle en 9 et méthyle en 10, III*b*; méthyle en 9, III*a*; méthyles en 9 et 10, I*b*; méthoxyle en 9, IV*a*; méthoxyles en 9 et 10, IV*b*.

A. Le diméthoxy-1.4 phényl-9 anthracène, II*c*, a été préparé par réaction du bromure de phénylmagnésium sur l'hydroxy-1 méthoxy-4 anthrone,

V*b*, déjà connue ([5]). Le carbinol obtenu, VI, $C_{21}H_{18}O_3$, incolore, $F_{inst}$ 207-208°, a été déshydraté par une solution de ClH dans le méthanol en hydroxy-1 méthoxy-4 phényl-9 anthracène, II*a*, $C_{21}H_{16}O_2$, jaune, $F_{inst}$ 187-188° (ester acétique, II*b*, $C_{23}H_{18}O_3$, $F_{inst}$ 208-209°, jaune pâle). La méthylation de l'hydroxyle phénolique de II*a* par le sulfate de méthyle conduit au diméthoxy-1.4 phényl-9 anthracène, II*c*, $C_{22}H_{18}O_2$, jaune, $F_{inst}$ 158-159°.

B. Le diméthoxy-1.4 phényl-9 méthyl-10 anthracène, III*b*, $C_{23}H_{20}O_2$, jaune, $F_{inst}$ 120-121°, a été préparé par déshydratation acide du carbinol incolore, VIII*c*, $C_{23}H_{22}O_3$, $F_{inst}$ 181-182°, lui-même obtenu par réaction du bromure de phénylmagnésium sur la diméthoxy-1.4 méthyl-10 anthrone, VII. Cette cétone ([6]) provient de la réaction de l'iodure de méthyle en présence de potasse sur l'acétoxy-1 hydroxy-4 anthrone, V*a* ([5]). Au cours de cette dernière réaction, il s'est produit la saponification de l'acétoxyle, la monométhylation du méthylène en méso et la méthylation des deux hydroxyles.

C. Le diméthoxy-1.4 diméthyl-9.10 anthracène, I*b*, déjà décrit ([7]), a été préparé commodément par réduction du diquinol correspondant X*b*, ([7]), par la phénylhydrazine en milieu acétique ([8]).

Je l'ai en outre obtenu à partir de la diméthoxy-1.4 méthyl-10 anthrone précédente, VII. Cette dernière, traitée par l'iodure de méthylmagnésium, conduit à un carbinol, VIII*b*, qui n'a pas été isolé sous forme cristallisée. Sa déshydratation par les acides n'est pas transannulaire, comme dans le cas des composés VIII*a* et VIII*c* ci-dessus, mais intéresse le méthyle voisin de l'hydroxyle. Elle conduit au diméthoxy-1.4 méthylène-9 méthyl-10 dihydro-9.10 anthracène, IX, incolore, $C_{18}H_{18}O_2$, $F_{inst}$ 118-119°. On connaît des composés méthyléniques analogues ([9]). L'isomérisation (IX → I*b*), par migration prototropique transannulaire avec aromatisation du noyau central, n'a pu être réalisée qu'à l'aide d'une base très forte, l'hydroxyde de benzyltriméthylammonium (triton B).

J'ai tenté de préparer ce même composé diméthylanthracénique, I*b*, par un procédé analogue à celui qui avait servi pour le diméthoxy-1.4 diphényl-9.10 anthracène, I*c* ([2]), à savoir la réduction, suivie de méthylation, de l'anthraquinone-1.4 correspondante, XI*c*. Pour celà, la diméthyl-9.10 anthraquinone-1.4, XI*b*, $C_{16}H_{12}O_2$, jaune, $F_{inst}$ 194-195°, a été préparée par grignardage de la quinizarone au moyen de l'iodure de méthylmagnésium, puis déshydratation acide du tétrol obtenu, X*a*, $C_{16}H_{16}O_4$, $F_{inst}$ 203-204° (solvaté), incolore, instable. Les procédés de réduction habituels n'ont pas permis d'obtenir l'anthrahydroquinone correspondante, XIII*b*, ni par conséquent son diéther méthylique I*b*. En effet, cette réduction conduit avec de mauvais rendements à la dicétone isomère du diphénol attendu, le dioxo-1.4 diméthyl-9.10 tétrahydro-1.2.3.4 anthracène, XII, $C_{16}H_{14}O_2$, $F_{inst}$ 181-182°, incolore. Ces

faits anormaux m'ont fait mettre en doute la structure de la quinone XI*b*. Néanmoins, son spectre ultraviolet est très semblable à ceux des deux autres quinones voisines, l'anthraquinone-1.4, XI*a*, et son dérivé diphénylé en 9.10, XI*c*. De plus, cette dicétone a été réduite en diméthyl-9.10 tétrahydro-1.2.3.4 anthracène, XIV, $F_{inst}$ 109-110° ([12]) (identifié avec un échantillon authentique), par hydrogénation catalytique en présence de platine palladié ([11]). On sait que cette méthode de réduction s'applique particulièrement aux carbonyles directement liés aux noyaux aromatiques. L'obtention de l'hydrocarbure XIV confirme bien les positions méso des deux méthyles.

Enfin, les seules anthrahydroquinones-1.4 connues, le dihydroxy-1.4 anthracène, XIII*a* ([10]), et son dérivé mésodiphénylé, XIII*c* ([2]), s'isomérisent facilement en dicétones correspondantes plus stables. En particulier,

le dihydroxy-1.4 anthracène, XIII*a*, se tranforme à 210° ([10]). Dans le cas du dérivé diméthylé XIII*b*, la forme dicétonique XII serait la seule stable, même à température ordinaire.

D. Le diméthoxy-1.4 méthyl-9 anthracène, III*a*, $C_{17}H_{16}O_2$, $F_{inst}$ 109-110°, jaune pâle, provient de la déshydratation acide du carbinol VIII*a*, non isolé à l'état cristallisé, résultant de l'action du borohydrure de sodium en milieu méthanolique sur la mésométhylanthrone VII.

E. Le triméthoxy-1.4.9 anthracène, IV*a*, $C_{17}H_{16}O_3$, jaune pâle, $F_{inst}$ 123-124°, a été obtenu par une double méthylation à l'oxygène, à l'aide de sulfate de méthyle et de potasse, de l'hydroxy-1 méthoxy-4 anthrone, V*b*.

F. Le tétraméthoxy-1.4.9.10 anthracène, IV*b*, $C_{18}H_{18}O_4$, $F_{inst}$ 147-148°, a été produit par O-méthylation de la diméthoxy-1.4 anthrahydroquinone, XV ([13]).

(*) Séance du 3 février 1958.

([1]) Ch. Dufraisse, L. Velluz et Mme L. Velluz, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1822; **209**, 1939, p. 516; **212**, 1941, p. 270; *Bull. Soc. Chim.*, (5), **9**, 1942, p. 171.

([2]) A. Étienne et G. Bichet, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1134; G. Bichet, *Ann. Chim.*, **7**, 1952, p. 234.

([3]) A. Étienne et Y. Lepage, *Comptes rendus*, **236**, 1953, p. 1498.

([4]) A. Étienne et Y. Lepage, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 1233.

([5]) K. Zahn, *Ber.*, **67**, 1934, p. 2069.

([6]) Une autre méthode de préparation de cette anthrone a été publiée depuis l'exécution de ce travail : M. Gates et C. L. Dickinson, *J. Org. Chem.*, **22**, 1957, p. 1398.

([7]) P. de Bruyn, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1809.

([8]) K. J. Clark, *J. Chem. Soc.*, 1956, p. 1511.

([9]) E. de Barry Barnett et J. W. Cook, *Ber.*, **61**, 1928, p. 314.

([10]) D. B. Bruce et R. H. Thomson, *J. Chem. Soc.*, 1952, p. 2759.

([11]) N. D. Zelinski, K. Packendorff et L. Leder-Packendorff, *Ber.*, **66**, 1933, p. 872; **67**, 1934, p. 300; D. L. Turner, B. K. Bhattacharyya, R. P. Graber et W. S. Johnson, *J. Amer. Chem. Soc.*, **72**, 1950, p. 5658.

([12]) J. Rigaudy et Nguyen Kim-Cuong, résultats non publiés.

([13]) K. Zahn et Orwat, *Lieb. Ann.*, **462**, 1928, p. 72.

## CRISTALLOGRAPHIE. — *Examen des cokes par la diffraction des électrons.*

Note de M. **Charles Alexanian**, présentée par M. Gustave Ribaud.

La vitrinite extraite de quatre charbons de provenances différentes : Sainte-Fontaine (37 % de matières volatiles; code international 633), Dourges, (25 % M. V.; 435), Drocourt (22 % M. V.; 434) et Karl Alexander (18 % M. V.; 332), a été carbonisée à 2°C/mn jusqu'à 1 000°C, puis dans le vide au moyen d'un four haute fréquence, vers 1 500, 2 000, 2 300 et 2 600°C. Nous avons étudié, par la diffraction des électrons, la structure des cokes ainsi obtenus.

A cet effet, nous avons examiné par transmission avec l'appareillage Trüb-Tauber [1], les plaques les plus minces (épaisseur $\leqq 0,1\,\mu$) de minuscules paillettes ou éclats de coke. Le pinceau électronique, d'un diamètre égal à 80 μ environ à la rencontre de la matière, était soumis à une tension accélératrice constante de 40 kV sous 0,05 mA. Le temps d'exposition des clichés a été de 10 s environ.

Nos spectres ont fourni les raies de diffraction d'une structure graphitique appartenant au système hexagonal; nous n'avons pas constaté l'existence de la forme rhomboédrique du graphite dans ces cokes.

1° Résultats. — *a. Sainte-Fontaine.* — Nous relevons sur son spectre uniquement l'existence des plans (*hk*0) et (001) :

| t (°C). | (002) (Å). | (100) (Å). | (004) (Å). | (110) (Å). | (200) (Å). |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 000.......... | 3,37 | 2,06 | – | 1,21 | – |
| 1 500.......... | 3,40 | 2,09 | 1,73 | 1,21 | – |
| 2 000.......... | 3,39 | 2,09 | – | 1,21 | – |
| 2 302.......... | 3,38 | 2,08 | 1,72 | 1,21 | – |
| 2 606.......... | 3,30 | 2,09 | 1,72 | 1,21 | 1,06 |

traduisant une structure bidimensionnelle quelle que soit la température de cuisson de cette vitrinite. C'est un enchevêtrement de paquets de feuillets où l'organisation graphitique proprement dite est inexistante. Les plans (*hkl*) n'apparaissent nulle part.

*b. Dourges :*

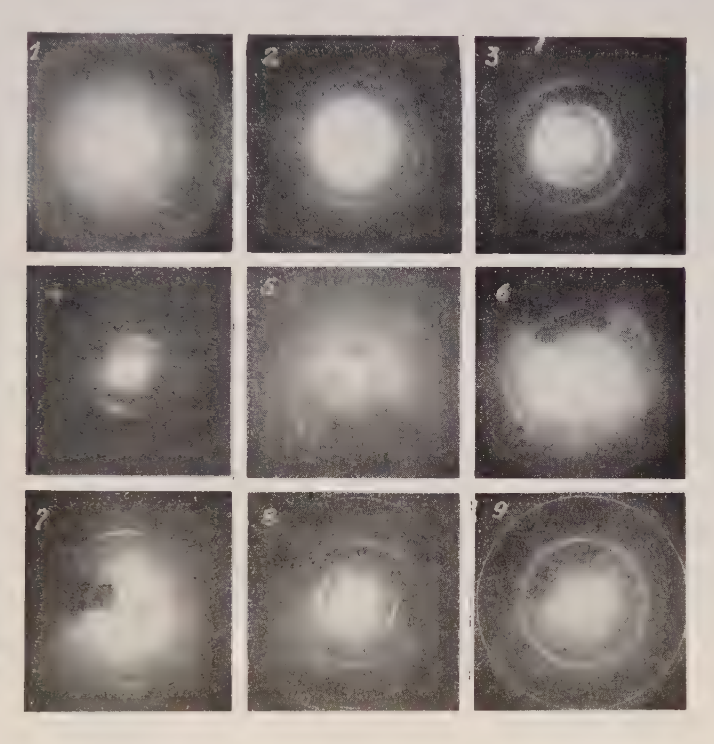
| t (°C). | (002) (Å). | (100) (Å), | (101) (Å). | (004) (Å). | (110) (Å). | (105) (Å). | (200)-(201) (Å). | (121) (Å). | (118) (Å). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000.... | 3,38 | 2,08 | – | 1,70 | 1,21 | – | – | – | – |
| 1 500.... | 3,39 | 2,09 | – | 1,70 | 1,21 | – | – | – | – |
| 2 004.... | 3,40 | 2,09 | – | 1,71 | 1,21 | 1,13 | – | – | – |
| 2 396.... | 3,36 | 2,11 | 1,99 | 1,68 | 1,21 | 1,13 | – | – | – |
| 2 679.... | 3,36 | 2,11 | 2,01 | 1,68 | 1,21 | 1,14 | 1,05 | 0,781 | 0,694 |

*c. Drocourt :*

| t (°C). | (002) (Å). | (100) (Å). | (101) (Å). | (004) (Å). | (110) (Å). | (112) (Å). | (201) (Å). | (121) (Å). | (124) (Å). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000.... | 3,38 | 2,07 | – | 1,70 | 1,20 | – | – | – | – |
| 1 500.... | 3,39 | 2,09 | – | 1,70 | 1,21 | – | – | – | – |
| 1 939.... | 3,39 | 2,10 | – | 1,70 | 1,21 | 1,13 | 1,05 | – | – |
| 2 341.... | 3,36 | 2,11 | – | 1,68 | 1,21 | 1,15 | 1,04 | – | – |
| 2 606.... | 3,35 | 2,11 | 2,02 | 1,67 | 1,22 | 1,15 | – | 0,787 | 0,705 |

Ici, la structure graphitique est bidimensionnelle jusqu'à l'approche de 1900°C. Le graphite à symétrie hexagonale avec ses plans obliques (105), (201), (112), (121), (124) et (118), ne fait réellement son apparition que vers cette température. Nous assistons alors à une organisation progressive d'un milieu polycristallin tridimensionnel où le cristal du graphite *grossit et s'oriente*

*localement* au fur et à mesure de l'élévation de la température. Nous constatons même quelquefois, comme dans le cas de la vitrinite de Drocourt à 2 606° C, le commencement de la transition généralisée de la structure polycristalline vers la structure monocristalline.



(1) Carbone vaporisé sous le vide.
(2) Sainte-Fontaine 2 302° C.
(3) Dourges 2 396° C.
(4) Dourges 1 000° C.
(5) Dourges 2 679° C.
(6) Drocourt 1 939° C.
(7) Drocourt 2 341° C.
(8) Drocourt 2 606° C.
(9) Karl Alexander 2 330° C.

Nous avons remarqué en outre pour ces deux vitrinites, une orientation prononcée du plan (002) se manifestant à partir de 1 000°C (cliché n° 4) et l'empreinte de la structure graphitique qui prend naissance dès 500°C (raie 3,42 Å).

*d. Karl Alexander.* — Nous n'avons jamais pu enregistrer la raie 3,38 Å (002), ni son harmonique 1,69 Å (004), au cours de l'examen de ces cokes. Par contre, les autres raies (*hkl*) du graphite existent dans les spectres dont plusieurs très fines et extrêmement intenses. Nous avons affaire ainsi à une organisation de petits cristaux de graphite formant des plans (002), approximativement perpendiculaices au faisceau d'électrons. Voici les plans réticulaires que nous avons pu mettre en évidence :

| t (°C). | (100) (Å). | (101) (Å). | (110) (Å). | (105)(112) (Å). | (201) (Å). | (121) (Å). | (124) (Å). | (118) (Å). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000......... | 2,09 | – | 1,21 | – | 1,04 | – | – | – |
| 1 500......... | 2,08 | – | 1,21 | – | 1,04 | – | – | – |
| 2 000......... | 2,08 | – | 1,21 | – | 1,04 | – | – | – |
| 2 330......... | 2,10 | 2,00 | 1,21 | 1,14 | 1,04 | 0,781 | 0,700 | – |
| 2 633......... | 2,09 | 2,02 | 1,21 | 1,13 | 1,04 | 0,787 | 0,699 | 0,686 |

2. Discussion. — Les orientations des raies de diffraction que nous observons sur plusieurs de nos clichés, sont en liaison directe avec l'anisotropie optique de certains cokes, facilement décelable en microscopie ordinaire sur coupe mince par la rotation du plan de polarisation de la lumière réfléchie (2).

Pour préciser davantage la position et l'extension des *plages anisotropes*, nous avons examiné nos échantillons, point par point, suivant leur contour, en déplaçant chaque fois le spot de quelques centièmes de millimètre; nous avons constaté alors que, lorsque le pinceau d'électrons traverse la matière : 1° il n'existe aucune zone orientée dans les cokes de Sainte-Fontaine (cliché n° 2); 2° une telle zone s'étend parfois au-delà de 0,1 mm² dans le cas des cokes de Dourges et de Drocourt (clichés nos 5, 6, 7) et 3° elle atteint jusqu'à plusieurs millimètres carrés dans le cas des cokes de Karl Alexander; il s'agit alors d'une structure en bandes, pailletée, se rapprochant de celle des graphites naturels.

Il existe ainsi une orientation préférentielle étendue des microcristaux de graphite dans la plupart des cokes. Mis en lumière par la diffraction des électrons, ces petits cristaux peuvent s'organiser en de larges empilements de feuillets dont la manifestation en microscopie se traduit, en plus, par une anisotropie optique localisée.

(*) Séance du 27 janvier 1958.

(1) C. Alexanian, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 147.

(2) B. Alpern, *Brennstoff Chemie*, 37, 1956, nos 13-14.

(*Centre d'Études et Recherches des Charbonnages de France, Verneuil-en-Halatte, Oise.*)

RADIOCRISTALLOGRAPHIE. — *Précisions sur la structure de la muscovite.* Note de MM. **Lucien Gatineau** et **Jacques Mering**, présentée par M. Charles Mauguin.

L'analyse d'une nouvelle série de mesures des réflexions (00*l*) de la muscovite conduit à placer les atomes Si et Al de coordinence tétraédrique à deux niveaux différents. Les nouveaux paramètres traduisent les différences d'encombrement de ces deux atomes.

La structure de la muscovite, déterminée par Jackson et West (1), peut être acceptée comme un modèle idéalisé (2), (3). Le présent travail est un

essai d'affinement de ce modèle. Il est, pour l'instant, limité à l'étude de la projection du motif sur la perpendiculaire au plan du feuillet.

A partir de 27 réflexions (00*l*) obtenues en utilisant la radiation Kα du molybdène monochromatisée, nous avons construit la projection de la densité électronique (*fig.* 1). L'échelle absolue a été déterminée par comparaison avec la réflexion (006) d'un cristal de NaCl et les effets d'extinction ont été corrigés expérimentalement en utilisant la méthode d'extrapolation vers les courtes longueurs d'onde, exposée récemment [4].

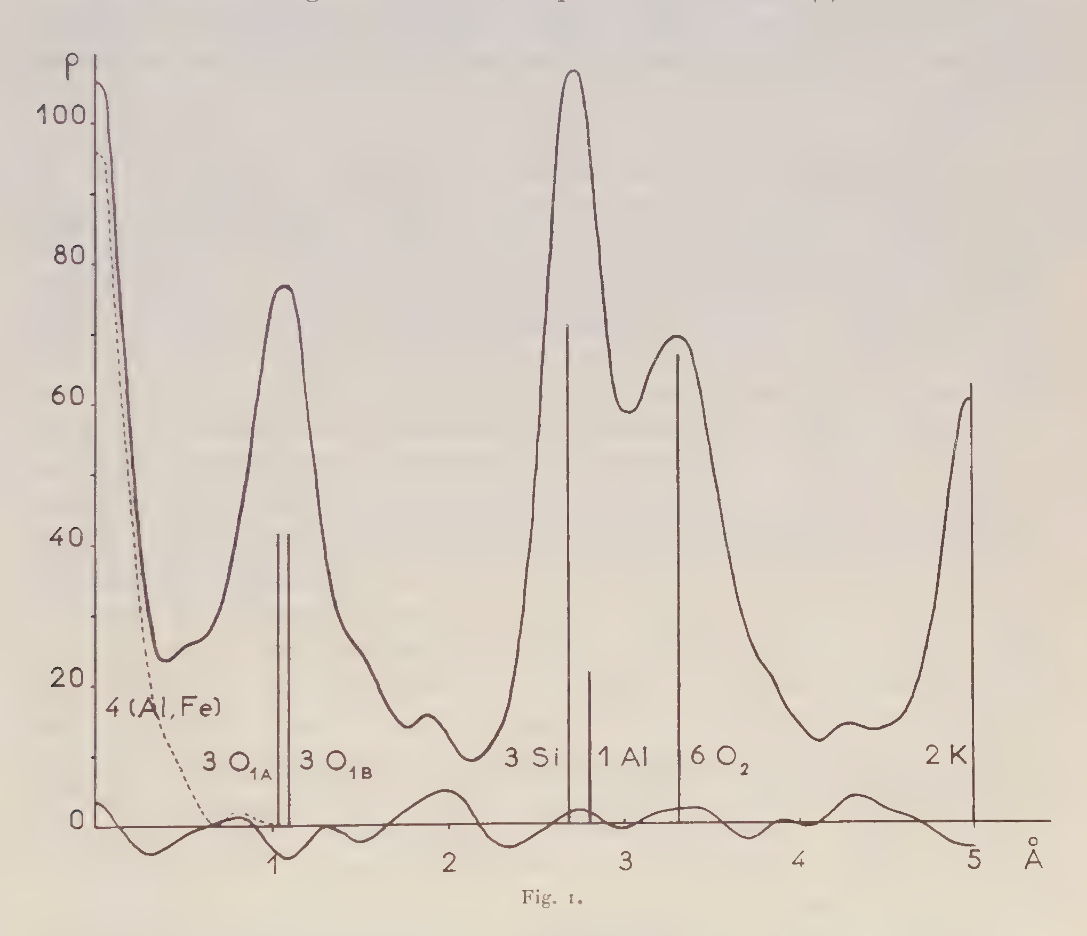



Fig. 1.

L'analyse de cette courbe de densité électronique, à l'aide de la méthode des séries-différences, va nous permettre de localiser plus exactement les projections de certains groupes d'atomes. Cette méthode est tributaire du facteur d'agitation thermique qu'on est amené à choisir; nous avons vérifié, en effet, qu'il est possible d'admettre le schéma de Jackson et West à condition d'affecter chaque plan d'atomes d'un facteur d'agitation thermique différent. Il semble plus correct, surtout dans un cristal en feuillets, d'accepter un facteur d'agitation unique pour l'ensemble des atomes. Nous

avons déterminé celui-ci (B = 0,6) en ajustant le profil du pic synthétique, construit pour l'ensemble des métaux de la couche octaédrique ([5]) (*fig.* 1, courbe en pointillé), à celui du pic expérimental correspondant.

Nous constatons alors que la projection de tous les atomes d'oxygène de la couche centrale ne peut se faire en un même point. Nous sommes obligés de séparer ces atomes de telle manière que trois d'entre eux ($O_{1A}$) se projettent à 1,03 Å de l'origine et que les trois autres ($O_{1B}$) se projettent à 1,09 Å.

De même, la projection des atomes d'aluminium et de silicium du centre des tétraèdres ne peut se faire au même point. Le pic formé par ces atomes se scinde également en deux : 3 at. de silicium à 2,68 Å et 1 at. d'aluminium à 2,80 Å.

La décomposition du pic formé par les oxygènes de surface ($O_2$) est beaucoup plus complexe. Le nombre et l'emplacement des pics élémentaires peuvent, sur les seules données de la série (00*l*) mesurée, être multipliés arbitrairement. Nous avons préféré conserver à ces atomes une projection unique et leur affecter un « coefficient d'atténuation » (B = 2,0) qui traduit l'effet combiné de l'agitation thermique et d'un désordre « statique » autour d'une position moyenne qui peut être fixée à 3,31 Å.

La forme du pic correspondant au potassium, au « milieu » de deux feuillets consécutifs, ne peut être retrouvée qu'en affectant au pic synthétique un coefficient (B = 1,2) qui traduit également un certain désordre, désordre qui s'explique par la déformation de la couche des atomes d'oxygène de surface. En effet, les ions K doivent être au contact d'atomes de cette couche et la distorsion de celle-ci doit affecter la position de ces ions.

Les atomes $O_{1B}$ peuvent être attribués aux oxygènes formant le sommet des tétraèdres occupés par le silicium, les atomes $O_{1A}$, pour partie aux oxygènes formant le sommet des tétraèdres occupés par l'aluminium, pour partie aux groupes OH. Cette hypothèse structurale donne aux liaisons Si-O et Al-O, respectivement, les longueurs 1,59 et 1,77 Å en accord avec les données récentes publiées par Smith ([6]). La structure proposée a donc l'avantage d'être compatible avec les différences d'encombrement des atomes de silicium et d'aluminium.

La courbe inférieure de la figure 1 est le résidu obtenu par la sommation de Fourier effectuée sur les termes ($F_{obs} - F_{calc}$). Elle traduit l'accord satisfaisant existant entre les facteurs de structure observés et ceux calculés sur la base des nouveaux paramètres.

Si nous construisons le même résidu en utilisant les facteurs de structure observés et calculés par Jackson et West nous constatons un déficit important à l'endroit des atomes Si et Al de la couche tétraédrique (*fig.* 2, courbe en pointillé). Ce déficit est en grande partie résorbé si, dans cette sommation, nous remplaçons leurs facteurs de structure calculés par ceux déduits

par nous sur la base des nouveaux paramètres (*fig.* 2, courbe en trait plein). L'amplitude des ondulations de cette courbe traduit des écarts importants entre certains facteurs de structure calculés et les facteurs observés correspondants, mais la plus grande régularité de ces ondulations est un indice d'une meilleure localisation des projections des différents groupes d'atomes.

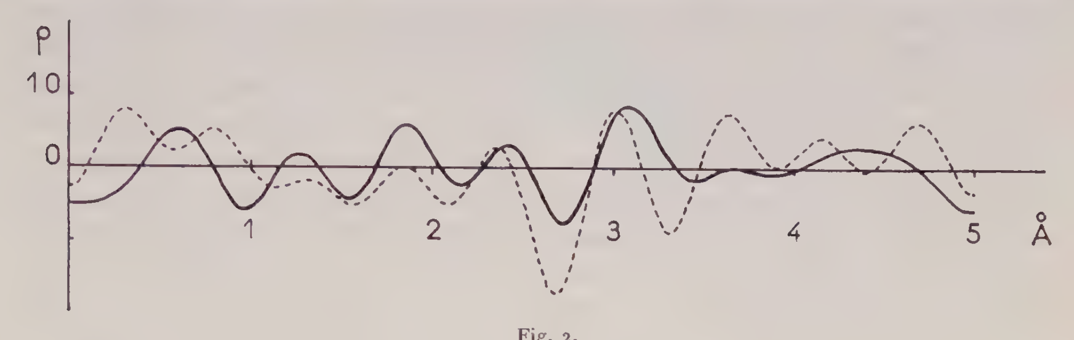



Fig. 2.

La comparaison de ces deux courbes fournit donc un argument supplémentaire en faveur de la non-identité cristallographique des positions des atomes Si et Al de coordinence tétraédrique.

(¹) *Z. Krist.*, **76**, 1930, p. 211 et **85**, 1933, p. 160.

(²) S. B. HENDRICKS et M. E. JEFFERSON, *Amer. Mineral.*, **24**, 1939, p. 729.

(³) J. W. SMITH et H. S. YODER, *Min. Mag.*, **31**, 1956, p. 209.

(⁴) L. GATINEAU et J. MERING, *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 2018.

(⁵) L'analyse chimique a révélé 2 % de fer qui conduisent à placer 3,70 at. d'aluminium et 0,30 at. de fer dans cette couche.

(⁶) *Acta Cryst.*, **7**, 1954, p. 479.

*(Laboratoire Central des Services Chimiques de l'État.)*

GÉOLOGIE. — *Présence dans le Morvan d'un nouveau granite hercynien antérieur au granite de Luzy.* Note de MM. **HENRI G. CARRAT** et **FRANCIS WEBER**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Jusqu'à présent, à la suite des travaux d'Auguste et Albert Michel-Lévy, le granite de Luzy était considéré comme le seul granite hercynien du Morvan. Les auteurs pensent qu'il existe dans cette région un granite hercynien plus ancien : le granite de Gien-sur-Cure.

Dans l'ancienne édition de la carte géologique de Château-Chinon au 1/80 000 (1883), Auguste Michel-Lévy (¹) avait individualisé, sous le nom de « granulite à mica noir », « une formation qui constitue une grande écharpe Nord-Est de Moulins-Engilbert à Blanot, dans laquelle apparaissent des lambeaux disloqués de schistes de transition et sur laquelle reposent les tufs du Culm ».

Cependant dans sa thèse (1908), ainsi que dans la nouvelle édition de la carte géologique (1937), Albert Michel-Lévy n'a pas cru bon de conserver la distinction entre cette « granulite à mica noir » et le granite de Luzy-Château-Chinon et il expliquait cette différenciation locale en en déduisant qu'il s'agissait d'un « granite de digestion incomplète » ([2]).

Albert Michel-Lévy concluait donc à l'existence d'un seul granite dans le Morvan. Nous verrons plus loin à la suite de quelles observations il avait donné à ce granite un âge antévisé en. Par la suite, plusieurs auteurs, dont J. Jung ([3]), E. Raguin ([4]), Ch. Barrois ([5]) et Albert Michel-Lévy lui-même ([6]), mirent cette détermination en doute et dès 1935 J. Jung pressentit l'existence de deux granites hercyniens dans le Morvan. Mais aucune étude ne fut faite à ce sujet.

Au cours de nos travaux de prospection pour le compte du Commissariat à l'Énergie Atomique, et surtout à la suite d'une étude détaillée faite dans la région de Château-Chinon au cours des années 1955 à 1957, nous avons mis en évidence un granite hercynien antérieur à celui de Luzy-Château-Chinon.

*Mise en évidence de ce granite.* — Sur la rive gauche du lac de Pannesière (Nièvre), le long de l'ancienne route de Saint-Git à Chaumard, visible uniquement lorsque le lac est à sec, on observe les faits suivants (coordonnées Lambert 719,3-237.8) :

Dans une carrière abandonnée on a exploité jadis un granite à grain fin. On peut constater que ce granite se trouve en enclave dans un microgranite à gros porphyroblastes de microcline. Au contact du granite à grain fin le microgranite prend un faciès rhyolitique. Dans la carrière, un filon de ce microgranite recoupe le granite à grain fin. Par ailleurs, le microgranite passe progressivement (sur une distance d'une centaine de mètres en s'éloignant de l'enclave) à un granite porphyroïde semblable à celui de Luzy-Château-Chinon. Le passage de l'un à l'autre se fait par l'intermédiaire d'une micropegmatite.

Un granite à grain fin analogue à celui de la carrière de Pannesière a été rencontré très fréquemment dans l'anticlinal dinantien de Moulins-Engilbert à Blanot, dans la zone anciennement cartographiée en granulite à mica noir ($\gamma_2$) par Auguste Michel-Lévy, et notamment à Gien-sur-Cure, localité où nous nous proposons de le définir.

Entre Blanot et Corancy, soit sur une vingtaine de kilomètres, le granite de Gien-sur-Cure est séparé du granite de Château-Chinon par une bande de microgranites de 2 à 4 km de longueur. Ces microgranites riches en micropegmatite et de faciès analogue à ceux de la carrière de Pannesière passent progressivement au granite de Château-Chinon. Leur contact avec le granite de Gien-sur-Cure est, par contre, très brutal.

Au Sud de Corancy, la bande de microgranites disparaît. Le granite

prend alors sur sa bordure un faciès aplitique. Nous avons eu l'occasion d'étudier en détail son contact avec le granite de Gien-sur-Cure sur une dizaine de kilomètres, entre Corancy et Sermages : nous avons constaté que le granite de Gien-sur-Cure, à proximité de la roche aplitique, présentait un faciès mylonitique : en particulier à l'Homme, au Nord de Saint-Léger-de-Fougeret, où il apparaît comme un orthogneiss.

Nous voyons donc qu'il y a bien dans cette région un granite antérieur à celui de Luzy-Château-Chinon. Ce granite correspond en gros à ce qu'Auguste Michel-Lévy avait cartographié en « granulite à mica noir », sous réserve d'en exclure les faciès qu'il convient de rattacher au granite de Luzy, à savoir, le granite à deux micas du Haut-Folin et le microgranite de la région de Roussillon.

*Étude pétrographique.* — C'est un granite à grain relativement fin de couleur rose dans la région de Gien-sur-Cure-Cussy en Morvan et Lucenay-l'Évêque, et de couleur grise dans la région d'Arleuf et Château-Chinon. Généralement non porphyroïde, il est habituellement riche en biotite; la muscovite n'y a jamais été reconnue. On y observe fréquemment des enclaves de roches sédimentaires mal digérées, et à l'affleurement il est souvent très diaclasé, parcouru de traînées mylonitiques et de filonnets de calcite. Il passe fréquemment, surtout dans la partie Sud, à des faciès microgrenus.

Au microscope on y observe des feldspaths à tendance automorphe, microcline et plagioclases. Le microcline contient souvent des microperthites. La composition des plagioclases varie, suivant les affleurements, de l'oligoclase à l'andésine acide. On observe parfois quelques associations micropegmatitiques. Le quartz forme un remplissage xénomorphe autour des cristaux de feldspaths.

La biotite est abondante, elle est souvent chloritisée et renferme des inclusions de zircon et d'apatite avec auréoles pléochroïques.

Il y a parfois un peu de hornblende verte.

Comme minéraux accessoires, notons la présence constante de zircon et d'apatite, assez abondante, et localement de sphène. On observe assez fréquemment des veinules de calcite ou d'épidote.

Du point de vue chimique plusieurs analyses du granite de Gien-sur-Cure nous ont montré qu'il était moins riche en silice que le granite de Luzy-Château-Chinon, et plus riche en calcium, fer et magnésium. Les teneurs en soude et potasse sont semblables.

*Mode de gisement.* — Alors que le granite de Luzy est à bords nettement circonscrits, le granite de Gien-sur-Cure s'insinue profondément au sein de roches dinantiennes auxquelles il semble intimement lié : la cartographie du granite et des terrains dinantiens est en effet très difficile à établir; Albert Michel-Lévy avait déjà remarqué : « Le contour en dents

de scie engrenées qui limite... les tufs et la granulite à mica noir ($\gamma_2$) à l'Ouest de Ménessaire montre nettement combien grande était la difficulté de distinguer ces deux formations qui passent en toutes proportions de l'une à l'autre ([7]). »

*Age des granites de Gien-sur-Cure et de Luzy.* — Sur la route de Moulins-Engilbert à Onlay, Albert Michel-Lévy avait constaté que les tufs anthracifères (Viséen supérieur) étaient discordants sur le granite et sur le Tournaisien (Viséen inférieur) métamorphisé par celui-ci. Il en avait conclu à l'âge post-tournaisien et antéviséen du granite de Luzy. Or, le granite sur lequel cette observation a été faite est celui de Gien-sur-Cure, tel que nous venons de le définir. Nous avons montré qu'il est antérieur à celui de Luzy; il n'y a donc plus aucune objection à considérer ce dernier comme post-viséen et contemporain de celui du Mayet-de-Montagne (Allier). Compte tenu du fait que le « Tournaisien » d'Albert Michel-Lévy est maintenant du Viséen inférieur ([8]), nous en concluons que le granite de Gien-sur-Cure s'est mis en place entre le Viséen inférieur et le Viséen supérieur, et qu'il pourrait être l'équivalent du granite de Châteauneuf (Cher).

([1]) Notice de la première édition de la carte géologique de Château-Chinon au 1/80 000e, 1883.

([2]) Al. Michel-Lévy, *Les terrains primaires du Morvan et de la Loire* (*Thèses Sciences*, Paris, 1908, p. 125).

([3]) J. Jung, *Aperçu sur la géologie du Dévonien au Dinantien et des granites dans le Nord-Est du Massif Central*, R. S. N. A., **1**, 1935, p. 171.

([4]) E. Raguin, *Géologie du granite*, 1946, p. 133.

([5]) Ch. Barrois, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1 333.

([6]) Al. Michel-Lévy, *Quelques observations sur les formations primaires du Morvan* (*Livre Jubilaire Soc. géol. Fr.*, 1930, p. 516).

([7]) *Loc. cit.*, 1908, p. 134.

([8]) J. Guffroy, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 632.

(*Commissariat à l'Énergie atomique; division de Grury, Saône-et-Loire.*)

Géologie. — *Sur l'existence du Toarcien et de l'Aalénien dans le lambeau de terrains secondaires du Paillet, annexe du Mont-d'Or lyonnais* (*Rhône*). Note de M. **Louis David**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Découverte d'assises toarciennes et aaléniennes au sommet de la série sédimentaire du Paillet.

Les terrains secondaires de la région de Dardilly-le-Haut (Rhône) sont considérés par les géologues comme une annexe du Mont-d'Or lyonnais et désignés sous les noms de Paillet, de Bouquis ou de Barriot.

Connu depuis plus d'un siècle, le lambeau du Paillet a fait l'objet de

travaux récents de la part de M. Thoral [1], de M. Pelletier [2] et de R. Mouterde [3]. Jusqu'à présent on admettait que le Domérien terminait la série sédimentaire visible, l'érosion ayant déblayé tous les terrains sus-jacents. Depuis 1955, l'exécution de divers travaux et des recherches minutieuses m'ont permis de repérer les étages supérieurs au Lias moyen.

Les argiles domériennes sont exploitées par la Société des Tuileries de Limonest en une vaste carrière qui s'ouvre au lieu-dit le Bouquis à 300 m au Sud-Ouest de la route nationale n° 6 [4]. Le Domérien se termine là par une alternance de marnes lie de vin puis jaunes et de marno-calcaires rouges où l'on recueille *Harpax loevigatus* d'Orb., *Pseudopecten æquivalvis* Sow. et *Tisoa siphonalis* M. de Serre. Plus haut, les travaux de découverte de la carrière ont mis à jour un niveau de marne ferrugineuse oolithique. C'est une roche rouge à oolithes de limonite dont le lithofaciès est exactement celui du Toarcien du Mont-d'Or. Dans ces assises j'ai récolté : *Lytoceras jurense* Zieten, *Cœloceras crassum* Phillips, *Hildoceras bifrons*, *Grammoceras* gr. *toarcense*, *Grammoceras* gr. *fallaciosum*, *Hammatoceras* cf. *speciosum*, *Leioceras* sp., *Leioceras bicarinatum* Zieten, *Lillia comensis*.

Là comme au Mont-d'Or aucun fossile n'indique l'existence des zones à *D. tenuicostatum* et à *H. falciferum* : il doit y avoir lacune du Toarcien inférieur. Les zones à *H. bifrons* (Toarcien) et à *L. jurense* (Toarcien supérieur) sont représentées par leurs fossiles caractéristiques. A la partie supérieure de ces mêmes assises l'Aalénien inférieur est mis en évidence par la présence de *Leioceras* cf. *grüneri*, *L.* cf. *opalinum* Rein. et *Pleydellia* sp. Ainsi les zones à *P. aalensis*, à *L. opalinum* et vraisemblablement à *D. levesquei* existent bien et sous le même faciès que le Toarcien dont elles sont inséparables. C'est ce qui se passe dans les régions voisines, Mont-d'Or et Bas-Beaujolais.

L'épaisseur de ces niveaux est très faible, ne dépassant guère 1 à 2 m; ceci confirme les variations considérables de puissance du Toarcien-Aalénien inférieur : 7 m à Saint-Romain au Mont-d'Or, 1,5 m au col du Mont-Verdun et 3 m à Saint-Jean-des-Vignes.

Vers le haut, les marnes à oolithes ferrugineuses passent à un calcaire marneux puis à un calcaire franc, jaune d'or, à débris et entroques, qui a le faciès typique du « calcaire de Couzon » d'âge aalénien supérieur. Ses affleurements sont ici réduits. Au-dessus du Toarcien, à la partie haute de la carrière, n'existent que des blocs de calcaire mêlés à la terre végétale. Ce calcaire à entroques a été jadis exploité pour la construction des maisons du petit hameau situé au Nord de la route C. D. 73 et l'on peut le retrouver dans une minuscule carrière entièrement envahie par la végétation, au Sud-Ouest du hameau [5]. Enfin en 1957, un peu plus au Sud [6], les fondations d'une maison neuve ont atteint les dalles de calcaire à entroques et Bryozoaires en place.

Vers le Sud-Est, la faille médiane principale du Paillet interrompt l'Aalénien tandis que, vers le Sud-Ouest, il disparaît sous la brèche continentale dite du Barriot. D'âge indéterminé (Tertiaire), cette brèche est d'ailleurs en majorité constituée par des blocs de calcaire aalénien.

*En conclusion*, le lambeau du Paillet montre une série sédimentaire identique à celle connue aux environs et se terminant dans l'Aalénien supérieur partiellement respecté par l'érosion.

(1) *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, (5), 15, 1945, p. 105-107.
(2) *Bull. Serv. Carte Géol. Fr.*, n° 231, 48, 1950, p. 143-145.
(3) *Bull. Serv. Carte Géol. Fr.*, n° 236, 50, 1953, p. 306-337
(4) Coordonnées Lambert 787,700 × 94,600 km.
(5) » » 787,750 × 94,380 km.
(6) » » 787,750 × 94,320 km.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Données paléontologiques sur l'ontogenèse de la coque des Radiolaires Sphærellaires. Conséquences taxinomiques.* Note de M. **Georges Deflandre** et Mme **Marthe Deflandre-Rigaud**, presentée par M. Maurice Caullery.

*Cubosphæra significans* n. sp. est représentée dans des nodules phosphatés viséens par des spécimens susceptibles d'être classés dans cinq genres différents : ce sont, en fait, des stades du développement centrifuge du squelette. *Cenosphærites* et *Ceratosphærites* manip. nov. sont des parataxons proposés pour les moules internes et les coupes de Sphærellaires fossiles, indéterminables génériquement.

On a déjà mis en relief (1) un important apport de la paléontologie à nos connaissances sur le développement ontogénique de la coque des Radiolaires. Le perfectionnement de la systématique des Radiolaires fossiles et, par voie de conséquence, *la future utilisation de ce groupe en stratigraphie*, dépendent étroitement des progrès qui seront réalisés dans cette voie. Logiquement, on devrait attendre des biologistes étudiant les formes vivantes, la documentation objective permettant de suivre tous les stades de la genèse des coques ou des squelettes. Toutefois, des cultures de Radiolaires n'ayant pas encore été réalisées, ce n'est que par juxtaposition et sériation d'individus d'âges variés, recueillis dans des pêches planctoniques, qu'on peut présentement établir subjectivement l'ontogenèse de la coque d'une espèce choisie. Dans la pratique, ceci peut tout aussi bien être réalisé à partir de populations fossiles où il est possible [(1), p. 391] d'étudier comparativement de nombreux individus d'une même espèce.

Les Radiolaires, magnifiquement conservés dans certains nodules phosphatés des lydiennes du Viséen de la Montagne Noire, nous permettront

d'apporter de nouvelles contributions à ces problèmes. Nous ne retiendrons, ici, qu'un ensemble de types appartenant à la famille des *Cubosphæridæ*, caractérisée par la possession de six cornes, fixées sur un ensemble squelettique composé de une à cinq (ou plus) coques siliceuses perforées concentriques. *Ce nombre de coques est un caractère générique primordial* dans la classification de Hæckel : *Hexastylus* (une coque), *Hexalonche* (deux coques), *Hexacontium* (trois), *Hexacromyum* (quatre), *Cubosphæra* (cinq et plus).

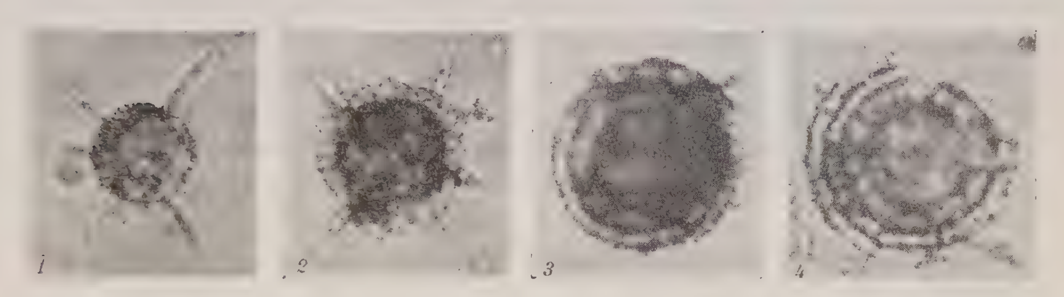


Fig. 1 à 4. — Radiolaires Sphærellaires d'un nodule phosphaté viséen de Cabrières, Hérault. 1, *Cubosphæra* (*status Hexastylus*) *significans* G. et M. Defl.; 2, *C.* (*status Hexalonche*) *significans*; 3, *C.* (*status Hexacontium*) *significans*; 4, *C.* (*status Hexacromyum*) *significans*. G. : 285 env.

On sait [(1), p. 394] qu'il peut exister, concurremment chez les Sphærellaires, un développement *centrifuge* et un développement *centripète* du squelette, et certaines conséquences taxinomiques de ces faits ont été déjà évoquées.

Nous observons, dans le Viséen de Cabrières (Hérault), une série de squelettes (*fig.* 1 à 4) *que nous considérons comme appartenant à une seule espèce* (*significans* n. sp.), mais dont les individus, possédant de une à cinq coques, devraient donc *être répartis dans les cinq genres énumérés ci-dessus*. Cette série représente, pour nous, un assemblage de squelettes *à développement centrifuge*, d'âges divers, qui ont les caractères suivants : coque centrale d'un diamètre moyen d'environ 50 μ (39-57 μ) à orifices de 4 à 6 μ; coques suivantes de diamètres : 74 (58-86) μ, — 90 (76-97) μ, — 105 μ, — 118 μ; ce qui correspond, la coque centrale étant prise pour unité, aux rapports diamétraux 1 — 1,48 — 1,80 — 2,10 — 2,36. Ces caractères constituent en fait la diagnose de l'espèce, *que nous proposons de classer dans le genre le plus complexe* (exprimant la potentialité maximale), *Cubosphæra* Hæckel. S'il apparaît logique ou nécessaire d'introduire une précision, nous dirons alors, par exemple, *Cubosphæra* (*status Hexastylus*) *significans* G. et M. Defl. (*cf.* légendes des figures), notation à utiliser pour des individus isolés dans un matériel pauvre. On agira de même dans des cas parallèles pour la famille des *Astrosphæridæ* (genres *Acanthosphæra-Haliomma-Actinomma*, etc.), notre principe étant toujours de prendre le

nom du genre correspondant au nombre maximum de coques observé dans une espèce donnée. Ces observations incitent à penser que bien des attributions génériques de Sphærellaires fossiles sont sujettes à révision, même parmi les exemplaires apparemment bien conservés.

Pour les Sphærellaires fossilisés à l'état de moules internes, avec ou sans traces de la coquille, avec ou sans cornes, l'ignorance du nombre de coques concentriques interdit une attribution générique. Nous proposons, dans le cadre de la Parataxinomie (2), en accord avec la position prise par nous (3) de classer : 1° dans le manipule *Cenosphærites* manip. nov., tous les moules (éventuellement les coupes) sphériques ou sphéroïdaux, sans cornes : exemple, *Cenosphærites hispida* (Hinde) (syn. *Cenosphæra hispida* Hinde 1908); 2° dans le manipule *Ceratosphærites* manip. nov. les moules (et les coupes) portant 1 à *n* cornes : exemple, *Ceratosphærites gigas* (Vinassa de Regny) (syn. *Staurosphæra gigas* V. de R. 1900).

(1) G. Deflandre, *Radiolaires fossiles* in P.-P. Grassé, *Traité de Zool.*, **1**, (2), 1953, p. 389-436.

(2) R. C. Moore et P. C. Sylvester-Bradley, *Bull. Zool. Nomencl.*, **15** (1/4), 1957, p. 5-13.

(3) G. Deflandre et M. Deflandre-Rigaud, A propos de l'introduction des Parataxons dans la Nomenclature zoologique. *Bull. Zool. Nomencl.*, 1958 (sous presse).

(*Laboratoire de Micropaléontologie de l'École Pratique des Hautes Études, Paris.*)

GLACIOLOGIE. — *Sur l'application d'une méthode électroacoustique originale à des mesures physiques et mécaniques de glaciologie.* Note de MM. **Maurice Lafargue** et **Rolland Millecamps**, présentée par M. Paul Fallot.

Les auteurs décrivent leurs expériences de l'été 1957 sur la Mer de Glace, expériences réalisées avec un appareillage électronique conçu à la lumière des enseignements déjà obtenus en mai (1). Ils donnent également les premiers résultats expérimentaux.

Le but recherché était essentiellement l'étude des déformations de la glace dans la masse même du glacier. A cet effet, quatre trous de 150 m de profondeur et 8 cm de diamètre y ont été forés délimitant un prisme initialement vertical et à base carrée de 10 m de côté. 56 céramiques piézoélectriques y ont été installées à 10 m l'une de l'autre à partir de la surface. Elles ont été ancrées sur les parois des trous au moyen d'un montage approprié. Des câbles coaxiaux repérés peuvent connecter électriquement chaque céramique à l'appareillage électronique de surface. La mesure des temps de propagation d'un signal ultra-acoustique allant d'une céramique

à l'autre permet de connaître les distances qui les séparent et les variations de ces distances, ceci sans perturbation du milieu. La vitesse des signaux qui est connue au départ avec une certaine approximation et que nous pensions légèrement variable avec la profondeur peut être dans le calcul, soit éliminée par des mesures relatives, soit redéterminée expérimentalement et mathématiquement en utilisant la propriété géométrique suivante des points de l'espace : si les distances $a$, $b$, $c$, d'un point O à trois points connus et non alignés de l'espace A, B, C, sont connues, la position du point O est connue à une symétrie près (incertitude qu'on élimine facilement dans notre cas). Si la distance du point O à un quatrième point connu D non situé dans le plan ABC est mesurée et ensuite calculée, les deux résultats doivent concorder; sinon, la valeur-paramètre qui a servi à calculer les distances est à reconsidérer. Dans notre cas ce paramètre est la vitesse de propagation des signaux, dont la valeur sera redéfinie pour chaque étage de 10 m.

De plus, l'expérience peut encore être réalisée lorsque aucune distance n'est connue avec précision pourvu que l'ensemble soit connu approximativement.

Prenons pour référence un trièdre $Oxyz$ ayant son origine placée sur une céramique. Soient :

1, 2, 3, ... les numéros des céramiques voisines;

$(x_1\, y_1\, z_1)$, $(x_2\, y_2\, z_2)$, ... les coordonnées de ces céramiques;

$d_1$, $d_2$, $d_3$, ... les distances à l'origine des céramiques et $t_1$, $t_2$, $t_3$, ... les temps mesurés correspondants;

$d_{12}$ et $t_{12}$ les

distance et temps entre 1 et 2, ...;

$c$ la vitesse de propagation au niveau de O.

On a

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2-(ct_1)^2=0,$$
$$x_2^2+y_2^2+z_2^2-(ct_2)^2=0,$$
$$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2-(ct_{12})^2=0.$$

soient 3 équations, 7 inconnues, 2 distances de O,

D'une façon générale on peut montrer que si l'on mesure $n$ distances à partir de O, on obtient $3n+1$ inconnues et $1+2+\ldots+n$ équations, soit un rapport (nombre d'équations)/(nombre d'inconnues) qui croît avec $n$ jusqu'à dépasser l'unité. Par exemple, pour $n=6$, on a 21 équations et 19 inconnues. Lorsqu'on obtient plusieurs solutions pour une inconnue, la connaissance approximative que nous en avons toujours permet de lever l'incertitude.

Expérimentalement, on mesure des temps de transit relativement courts si l'onde s'est propagée dans la glace, beaucoup plus longs (sensi-

blement 2,5 fois) pour les ondes qui se sont propagées dans l'eau qui remplit un trou au début de l'expérience. Dans un cas particulier, nous avons trouvé à 60 m de profondeur des temps respectifs de 3 293 et 7 741 ± 3 μs.

Ces complications sont un inconvénient de la méthode mais il n'est pas possible à notre connaissance d'utiliser des signaux autres qu'acoustiques. Les ondes hertziennes en particulier ne donneraient que des résultats fantaisistes, la glace étant une sorte de semi-conducteur avec plus ou moins d'impuretés. Incidemment, en effet, nous avons pu constater des variations aléatoires et sans rapport direct avec les distances allant jusqu'à 20 μs dans le temps de propagation des ondes hertziennes d'une céramique à l'autre.

*Principe de l'appareillage électronique.* — Les signaux émis et reçus sont enregistrés au moyen d'une caméra à déroulement rapide et continu (4 à 10 m/s) filmant un ensemble de 11 spots très lumineux de 11 tubes cathodiques alimentés sous 6 000 V. L'utilisation de chronomètres électroniques classiques (qui aurait évité la lourdeur du dépouillement) s'était révélée en effet impossible après les essais de mai [1] pour diverses raisons dont les échos, les caractéristiques des céramiques, la forme des signaux sismiques éventuellement utilisés, le niveau et la forme des parasites acoustiques ou telluriques (il n'a plus été possible de blinder complètement les céramiques comme en mai). De plus, et beaucoup plus que de simples chiffres, les enregistrements sont riches d'informations toujours disponibles sur le comportement de la glace comme sur le fonctionnement même de l'appareillage, et ceci constitue un « auto-contrôle ».

Le cerveau de l'appareillage est constitué par une « échelle électronique » qui fournit les signaux temps et commandes nécessaires. Le temps est donné par un oscillateur à quartz thermostaté à 60° C dont la stabilité relative est au moins supérieure à $10^{-5}$. Après multiplication convenable, les périodes fournies par le quartz sont tranformées en tops repères des divers intervalles de temps utilisés (10, 80, 640 et 10 240 μs). Chaque top 10 240 commande l'émission d'impulsions ultra-acoustiques par un émetteur approprié. Le temps de lancement de l'impulsion est connu à ± 2 μs près. Pour la préparation de chaque mesure par un examen visuel direct des tubes cathodiques, l'échelle fournit un balayage approprié commandé par les tops-temps ci-dessus. De plus, il est possible de sélectionner telle partie plus intéressante de l'image : on « efface » alors le reste de l'image et l'on dilate la bande considérée. On peut aller ainsi à une vitesse d'examen de 15 mm pour 10 μs (soit 1,5 cm d'écran pour 3 cm environ dans le glacier).

Les neuf récepteurs sont basés sur le même principe que celui de mai. Cependant des précautions spéciales ont été prises pour compenser la diversité de longueur des câbles et pour réduire l'importance du temps

de retard des céramiques. On peut montrer en effet que la constante de temps $\theta$ d'un circuit accordé électroacoustique du type piézoélectrique est donné par $\theta = 2Q/\omega$, où Q est le facteur de surtension et $\omega$ la pulsation du signal. $\omega$ étant imposé par les conditions de propagation, il n'était possible que de réduire le facteur Q réel ou apparent.

Il est possible de donner d'ores et déjà les conclusions suivantes :

1° Il apparaît des phénomènes annexes, savoir :

*a*. Des signaux parasites à des niveaux et avec des formes variables en fonction de l'heure et même de la profondeur dans le glacier. Ils sont plus importants entre 1 et 4 h du matin. Ils paraissent dus à une activité ionique et électronique d'origine intérieure ou extérieure au milieu;

*b*. Il se superpose localement et d'une manière aléatoire des signaux d'amplitude relativement grande et de forme caractéristique des bruits acoustiques;

2° Au point de vue de la mesure des distances entre céramiques et compte tenu de ces phénomènes :

*a*. La précision atteinte est de l'ordre de 1 à 2 cm, soit une précision relative de 1 à 2 ‰;

*b*. Les variations des distances avec le temps paraissent d'ores et déjà liées à la direction et dépendent de la profondeur;

*c*. La variation de la vitesse de propagation des signaux est de l'ordre de 20% pour une épaisseur de 50 m de glace, dans le sens croissant avec la profondeur. La masse spécifique ne pouvant qu'augmenter, les lois de l'acoustique même appliquées à un milieu dont on ne connaît pas exactement l'état physique réel montrent que les caractéristiques de compressibilité sont nettement modifiées. On peut admettre l'augmentation du coefficient d'élasticité indiqué par certains auteurs (²). Ceci est en accord avec les lectures des enregistrements que nous avons déjà effectuées et qui indiquent alors une plus grande homogénéité.

Les résultats quantitatifs feront l'objet de publications ultérieures.

(¹) *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 2824.
(²) R. Koechlin, *Les glaciers et leur mécanisme*, Lausanne, 1944, p. 19.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les glucofructosides de* Symphytum officinale *L. et leur métabolisme*. Note de M. **Robert Bourdu**, présentée par M. Raoul Combes.

On analyse et on dose les divers glucofructosides des racines de *Symphytum officinale* (sept fractions). On montre que la richesse en fructose de chaque oligoside est proportionnelle à son poids moléculaire et que chacun d'eux évolue d'une façon caractéristique au cours du cycle végétatif.

Les fructosides mis en réserve dans les racines de la Consoude constituent un ensemble de plusieurs corps différents. Certains sont des glucofructosanes ainsi qu'il ressort de l'étude des produits d'hydrolyse. L'analyse chromatographique de ce mélange nous montre que le nombre des corps n'est pas inférieur à 7. Il est probable qu'il est égal ou un peu supérieur à 14.

L'hétérogénéité des réserves fructosidiques est chose fréquente. Nous avons déjà montré les analogies des chromatogrammes des extraits de Topinambour avec ceux des extraits de *Symphytum officinale* (1). Mais après isolement et analyse de chacun de ces oligofructosides, nous pouvons préciser ce que la chromatographie seule ne pouvait qu'évoquer. L'établissement des rapports glucose/fructose qui caractérisent ces corps renseignent, en effet, sur les poids moléculaires.

L'étude de l'évolution saisonnière de chaque glucofructosane montre des variations très souvent discordantes. Elle suggère la possibilité de métabolismes particuliers à chacun de ces corps et les variations saisonnières globales ne seraient que la résultante de tendances diverses.

L'épuisement des racines de la Consoude par l'alcool éthylique (60°) bouillant n'entraîne que la plus grande partie des glucofructosanes. Il reste une fraction entraînable par l'eau (fraction G). Les taches ou les zones obtenues par chromatographie des extraits alcooliques purifiés sont définies dans la figure I.

F
E
D RL = 20 RF = 0,045 - 0,055
C RL = 25-30 RF = 0,065 - 0,070
B RL = 40-45 RF = 0,095 - 0,100
A RL = 60-70 RF = 0,150 - 0,155

Fig. 1. — Solvant : butanol-acide acétique-eau : 4-1-5.
Les valeurs du $R_l$ : (déplacement du corps/déplacement du fructose) et du $R_f$ correspondent aux plus grandes fréquences enregistrées sur 80 chromatogrammes.
La fraction G chromatographiée se comporte comme la fraction F.

Après élution à l'eau, chaque fraction est hydrolysée. Les produits d'hydrolyse sont dosés globalement ou séparément après une nouvelle

chromatographie. Les microdosages sont menés suivant les techniques décrites par M. Plumel [2]. Tous les dosages chromatographiques contrôlés à partir de liqueurs connues ont fait apparaître une différence, par excès, inférieure à 10 %.

*a. Le rapport glucose/fructose dans chaque fraction* (tableau I) :

TABLEAU I.

*Dosage du glucose et du fructose dans chaque fraction.*

| Fraction. | Glucose (G) (mg). | Fructose (F) (mg). | $\frac{G \times 100}{G + F}$ calculé. | $\frac{G \times 100}{G + F}$ retrouvé. | Nombre d'unités de fructose pour une de glucose. | M calculé. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A........ | 0,58 | 0,64 | 50 | 52 | 1 | 342 |
| B........ | 0,77 | 1,53 | 33,3 | 33,5 | 2 | 504 |
| C........ | 0,64 | 1,69 | 25 | 27,5 | 3 | 666 |
| D........ | 0,56 | 2,25 | 20 | 19,9 | 4 | 828 |
| E........ | 0,13 | 0,73 | – | 15,5 | 5 à 7 | 990-1 152 |
| F........ | 0,19 | 1,76 | – | 9,6 | 8 à 11 | 1 314-1 800 |
| G. Valeur obtenue par polarimétrie.......... | | | – | 6,6 | 12 à 15 | 1 962-2 448 |

La fraction A est évidemment le saccharose. L'appauvrissement relatif en glucose, de molécule en molécule, du saccharose aux polymères supérieurs, est identique à ce qu'on connaît de la série glucofructosidique du Topinambour. On retrouve les di-, tri-, tétra-... holosides correspondant à glucose-fructose (A), glucose difructose (B), glucose-trifructose (C), etc., jusqu'aux fractions E, F et G qu'on doit considérer comme des mélanges de deux à quatre glucofructosanes voisins.

*b. Évolution de chaque fraction pendant le cycle saisonnier* (tableau II) :

TABLEAU II.

*Valeur en grammes pour* 100 g *de matière sèche.*

| Date. | A. | B. | C. | D. | E. | F. | G. | Total. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 octobre.............. | 3,3 | 1,3 | 1,4 | 1,6 | 8,7 | 17,8 | 3,2 | 37,3 |
| 30 décembre............ | 4,6 | 0,6 | 0,6 | 0,8 | 3,8 | 17,2 | 7,7 | 35,3 |
| 25 février (début crois.).. | 6,5 | 1,3 | 1,6 | 0,8 | 8,1 | 18,9 | 7,9 | 45,1 |
| 24 mars (croissance)..... | 4,3 | 1,0 | 0,7 | 0,8 | 5,1 | 17,3 | 2,2 | 31,4 |
| 9 avril (début flor.)..... | 3,0 | 1,5 | 2,4 | 2,4 | 1,3 | 11,4 | 11,0 | 33,0 |
| 17 mai (floraison)....... | 8,5 | 3,2 | 2,5 | 0,0 | 0,5 | 5,1 | 0,7 | 20,5 |
| 10 juillet............... | 3,8 | 0,8 | 0,9 | 0,8 | 3,9 | 13,2 | 4,6 | 28,0 |

Au cours du cycle végétatif, on ne décèle aucun parallélisme entre l'évolution des glucofructosanes et l'évolution de l'équipement total. On constate un continuel remaniement des composants dont la résultante seule apparaît dans une analyse globale.

Si, au moment de la croissance, toutes les fractions sont affectées de la même manière, au moment de la floraison (crise majeure du catabolisme fructosé) on observe une nette évolution inverse de deux ensembles : A, B, C, d'une part, et D, E, F, G, d'autre part. Seuls les taux des parties les plus riches en fructose décroissent. Cette hydrolyse massive fait apparaître une accumulation des fractions A, B, C, accumulation qu'on retrouve lors des périodes opposées d'élaboration des réserves. Les corps B, C et peut-être D semblent constituer une étape importante et difficile à dépasser du métabolisme fructosidique des Borraginacées.

(1) *Rev. Gén. Bot.*, **64**, 1957, p. 153.
(2) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **31**, 1949, p. 1163.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rythme interne et apparition des zonations chez* Monilia fructicola. Note (*) de M. **Stephan Jerebzoff**, transmise par M. Henri Gaussen.

La formation des zonations chez *M. fructicola* fait apparaître un rythme interne de 24 h. Un minimun d'éclairement de 1 h est nécessaire pour que le rythme s'établisse dans le cas d'une seule photopériode. Les zonations dépendant du cycle interne peuvent être distinguées de celles dues plus directement à l'excitation lumineuse.

D'après M. P. Hall (1), des cultures de *Monilia fructicola* forment plusieurs zonations lorsque, développées à l'obscurité, elles reçoivent ensuite un fort éclairement de 6 h, puis sont replacées à l'obscurité complète. Ces faits ont été confirmés.

La constance de la croissance de l'organisme sur le milieu de base (2), calculée ici à partir des mesures quotidiennes du rayon des colonies, et son importance (9 à 10 mm par jour), nous ont permis d'établir avec certitude que cette croissance ne dépend pas des conditions d'éclairement, par lampes à incandescence, $i = 350 - 400$ lx (*fig.* 1). Nous avons aussi établi que sous des photopériodes journalières de 1 à 18 h, les cellules doivent avoir atteint un âge moyen de $6 \pm 1$ h pour que la croissance accélérée des conidiophores commence. De plus, la détermination de la vitesse de croissance en surface permet de convertir la mesure de distance qui sépare les débuts de deux zonations successives en temps nécessaire aux hyphes mycéliennes pour la parcourir. La comparaison directe des résultats d'expériences différentes devient ainsi possible.

A l'aide de ces deux données, la période fondamentale du rythme interne qui régit l'apparition de zonations a été précisée.

Le rythme des zonations formées à l'obscurité, après l'impulsion d'un seul éclairement, nous a intéressé en premier lieu. Sous cette condition,

toutes les zonations ne sont pas identiques. La première est beaucoup plus importante que les autres, que nous appellerons subsidiaires. Elle apparaît peu de temps après l'impulsion lumineuse, sur des filaments, nés à l'obscurité, et âgés aussi au moment de l'éclairement de 6 h environ. Par ailleurs, l'importance des zonations subsidiaires décroît avec leur nombre.

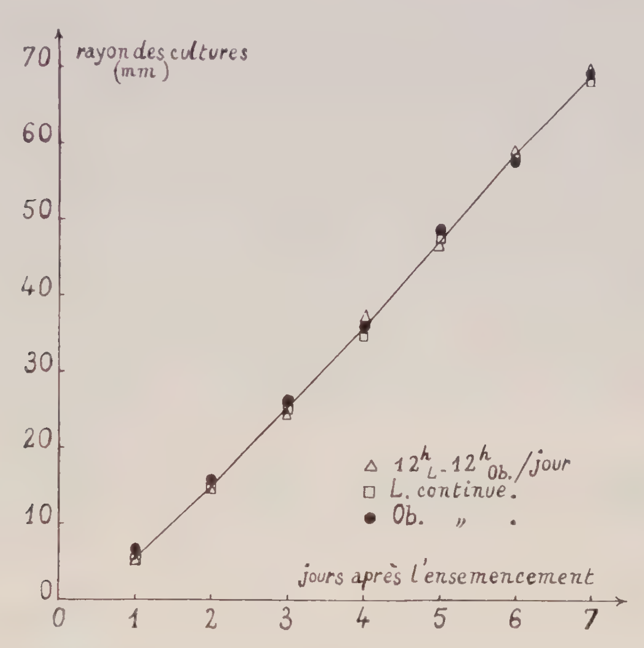



Fig. 1. — Croissance moyenne de *M. fructicola* sous différentes conditions. L, éclairement; Ob. obscurité.

A la suite d'un seul éclairement de 12 h, quatre zonations apparaissent : une grande et trois subsidiaires. Chacune d'elles est séparée de la précédente par une distance représentant respectivement 25 h 15, 25 h et 23 h 15 de croissance en surface. Ces valeurs nous donnent une moyenne de 24 h 30, très proche de 24 h (*fig.* 2 *a*). On est en droit d'admettre que cette valeur de 24 h traduit la durée de la période du rythme interne sous la condition précitée.

La nécessité de l'intervention d'une photopériode pour la manifestation du rythme endogène étant établie, nous avons, par la suite, cherché à préciser l'importance de la durée de la photopériode sur le nombre de zonations formées à l'obscurité. Il a été démontré qu'à la suite d'un éclairement de 5 mn, seule la grande zonation apparaît. Avec 1 h d'éclairement, une zonation subsidiaire se forme en plus de cette dernière, et avec 12 h, trois.

Dans l'hypothèse que la période fondamentale du rythme interne chez *M. fructicola* serait de 24 h, il nous a paru nécessaire de s'assurer de sa

stabilité sous l'action d'éclairements journaliers très différents : photopériodes de 2, 4, 8, 12, 16 et 18 h. Sous toutes ces conditions les débuts des zonations successives étaient séparés par des distances correspondant à 24 h de croissance en surface. Il va de soi qu'il ne se forme alors que de grandes zonations. La figure 2 *b* traduit la réaction d'un de ces cas pris comme exemple.

En outre, le comportement de cet organisme sous l'action de photocycles supérieurs à 24 h a aussi été étudié. Des photopériodes de 12 h dans des photocycles de 36 et 48 h ont été alors expérimentées. La figure 2 *c* et *d* fait ressortir les faits essentiels. Soit :

1° Dans les deux cas, de grandes zonations et des zonations subsidiaires se forment. Leur alternance est liée à la longue période obscure qui suit chaque photopériode. Il s'agit, en fait, lors de la formation des zonations subsidiaires, d'une répétition partielle de la réaction figurée en 2 *a*;

2° Sous l'effet de photocycles de 48 h, la valeur de 24 h du cycle interne se retrouve toujours; par contre, sous l'action de photocycles de 36 h, on constate qu'elle prend successivement des valeurs de 24 et de 12 h.

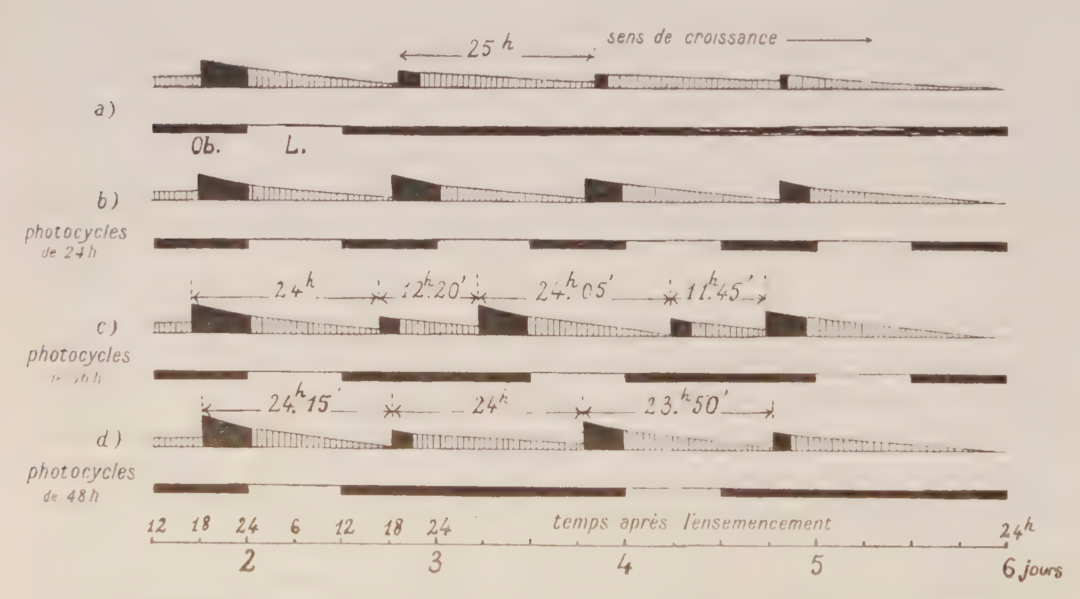



Fig. 2. — Représentation schématique des zonations chez *M. fructicola*. Début de l'éclairement 48 h après l'ensemencement. La distance entre deux zonations est convertie en heures de croissance. Zonations formées sous l'action : *a*, d'un seul éclairement de 12 h; *b*, *c* et *d*, de différents photocycles.

La présente expérience montre qu'une grande zonation apparaît peu de temps après chaque impulsion lumineuse sur des filaments nés à l'obscurité. La différence de répartition des grandes zonations sous des photocycles de 48 et de 36 h est donc motivée par la différence du moment de l'éclairement. La sortie des zonations subsidiaires, elle, reste dépendante du

fonctionnement du rythme interne de 24 h. Il s'ensuit une superposition de phénomènes qui aboutit, dans le cas de photocycles de 36 h, à une modification *apparente* du cycle interne fondamental de 24 h. En fait, la périodicité de 12 h que nous retrouvons cette fois doit être en relation avec l'excitation directe par la lumière.

L'ensemble de ces données montre que, chez *M. fructicola*, une périodicité de 24 h est à la base de son rythme interne. Dans le cas d'une seule excitation lumineuse, le nombre des zonations est sous la dépendance de la durée de l'éclairement. Les cas de photocycles de 36 et 48 h permettent de préciser les causes de l'apparente modification du rythme interne fondamental. Cette modification présente des analogies avec les régulations de la durée de la période des rythmes journaliers endogènes chez les végétaux supérieurs ([3]). *M. fructicola* présente l'avantage de permettre, plus aisément, de séparer les phénomènes plus étroitement liés au fonctionnement du rythme interne de ceux qui sont plus directement sous la dépendance du stimulus lumineux.

(*) Séance du 3 février 1958.

([1]) *Ann. Bot.*, **47**, 1933, p. 543-578.

([2]) *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 1059.

([3]) E. BÜNNING, *Ann. Rev. Pl. Physiol.*, **7**, 1956, p. 71-90.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude de la reproduction sexuée chez* Taxus baccata. Note de M. **MICHEL FAVRE-DUCHARTRE**, présentée par M. Raoul Combes.

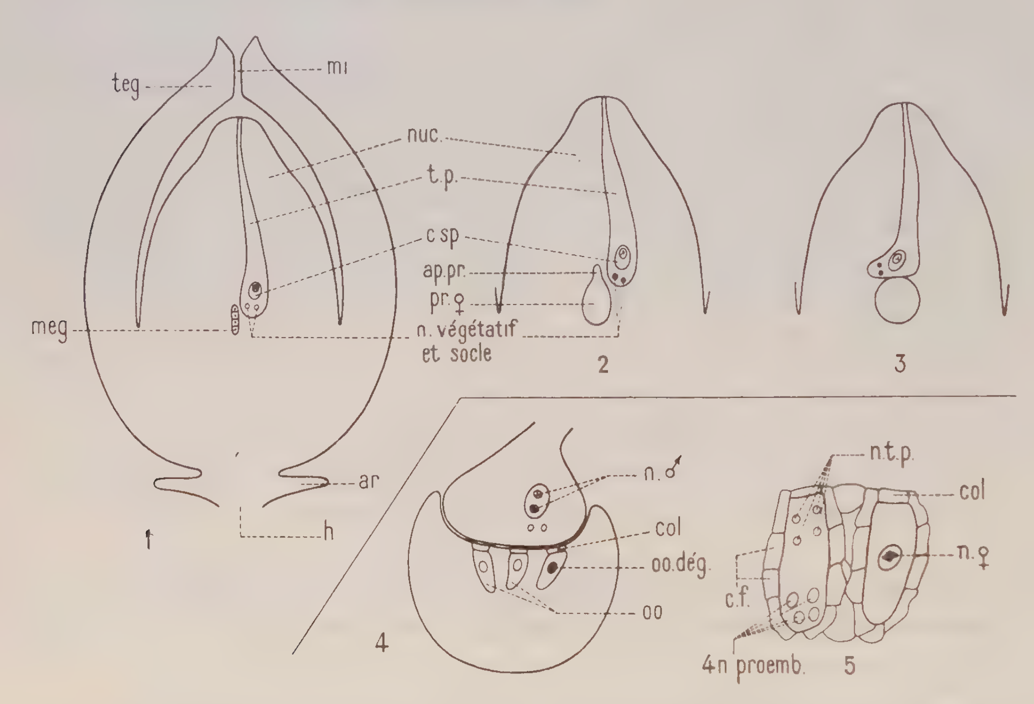
Cette étude précise : 1° le nombre final (128) des noyaux libres du prothalle ♀ et la raison d'être de l'appendice prothallien; 2° l'achèvement de la différenciation des archégones; 3° l'absence de membrane entre les deux noyaux spermiques; 4° la pénétration des quatre noyaux du tube pollinique dans l'archégone fécondé.

Belajeff ([1]), Strasburger ([2]), Jäger ([3]), Dupler ([4]), Chamberlain ([5]), Saxton ([6]), Sterling ([7]), Johansen ([8]) ont déjà étudié au moins l'une des phases du cycle ontogénique de l'If. Les premiers résultats de nos recherches complètent et, à l'occasion, corrigent les assertions de nos prédécesseurs.

Au moment où les ovules sont normalement pollinisés, la cellule-mère de la mégaspore est différenciée dans le nucelle. Le tube pollinique s'accroît vers le hile, assez rapidement pour pouvoir atteindre le niveau de la mégaspore dès que celle-ci est formée (*fig.* 1).

Le gamétophyte ♀ est entouré par une membrane mégasporale mince. Le nombre des noyaux haploïdes libres qu'il comporte double sept fois, atteignant donc finalement la valeur 128. On observe, plus fréquemment

aux premières phases cénocytiques qu'aux derniers stades cellulaires précédant la fécondation, un appendice prothallien dirigé vers le micropyle (*fig.* 2). Saxton [6] et, plus récemment Wardlaw [10], interprètent ce « tube prothallien » comme une poussée du gamétophyte ♀ vers le tube pollinique. Nous avons, pour notre part, observé que le gamétophyte ♀ occupe tout naturellement la place laissée vacante par la dégénérescence des trois tétraspores ♀ non fonctionnelles.




1. Coupe longitudinale d'un ovule de *Taxus baccata* au stade de la mégaspore. 2. Coupe longitudinale d'un nucelle contenant un prothalle cénocytique pourvu d'un appendice micropylaire. 3. Id., mais la poussée du tube pollinique au contact du prothalle ♀ a fait se résorber l'appendice prothallien. 4. Gamétophytes ♂ et ♀ au contact l'un de l'autre, peu de temps avant la fécondation. 5. Un proembryon à quatre noyaux diploïdes libres et un gaméte ♀ dégénéré. tég., tégument; mi., micropyle; nuc., nucelle; c. sp., cellule spermatogène; ap. pr., appendice prothallien; pr. ♀, prothalle ♀; ar., arillode; h., hile; n. ♂, noyaux spermiques; oo. dég., oosphère dégénérée; oo., oosphère; n. t. p., noyaux du tube pollinique; c. f., cellules folliculeuses; 4 n. proemb., quatre noyaux du proembryon.

1, 2, 3 (× 20); 4 (× 50); 5 (× 100).

Les archégones (3 à 12) se différencient dans la région micropylaire du prothalle ♀. Ils possèdent un col rudimentaire, une cellule centrale et les cellules prothalliennes entourant immédiatement cette dernière se différencient faiblement en cellules folliculeuses (leurs noyaux sont légèrement plus volumineux que ceux des cellules prothalliennes banales) (*fig.* 4 et 5).

Nous n'avons jamais vu le noyau de la cellule centrale se diviser (*fig.* 4), pas plus qu'il ne nous a été donné d'observer de noyau ventral du canal dans des archégones mûrs ou dégénérés (*fig.* 5). Nous confirmons donc

que la cellule centrale joue le rôle de gamète ♀ chez *Taxus*, comme c'est aussi le cas chez *Widdringtonia*, d'après Moseley ([11]).

Le tube pollinique comporte un noyau végétatif, un noyau-socle, indiscernables l'un de l'autre, et une volumineuse cellule spermatogène, dont le noyau est le frère du noyau-socle (*fig.* 1, 2, 3). La cellule spermatogène est ovoïde et comporte un cytoplasme dense, son noyau, très nettement Feulgen-positif, est toujours situé contre la paroi, le centre de la cellule étant occupé par un essaim de mitochondries. Peu de temps avant la fécondation, le noyau spermatogène se divise, produisant deux noyaux gamétiques Feulgen-positifs (*fig.* 4). Dans aucun des dix tubes polliniques observés à ce stade, nous n'avons pu déceler, entre ces deux noyaux gamétiques ♂ adultes, de membrane cellulaire telle que celle figurée par Strasburger ([2]), Jäger ([3]) et Dupler ([4]).

En mai ou juin, les noyaux spermiques, accompagnés par le noyau-socle et le noyau végétatif pénètrent dans un archégone. Le noyau-œuf produit deux, puis quatre noyaux libres qui occupent le fond de l'archégone (*fig.* 5). On observe alors dans le cytoplasme archégonial voisin du col, quatre noyaux libres (*fig.* 5). Le noyau supplémentaire (par rapport au noyau végétatif, au noyau-socle et au deuxième noyau ♂) résulte vraisemblablement de la division du noyau gamétique ♂ surnuméraire, division à laquelle nous avons assisté chez *Cephalotaxus* ([12]). Après la formation des premières cellules embryonnaires, le suspenseur s'allonge et le massif de cellules méristématiques atteint le centre du prothalle ♀. Il se manifeste alors, dans la région hilaire de ce dernier, une activité mitotique qui prélude à une nouvelle phase d'accroissement du prothalle ♀. Les cellules prothalliennes deviennent plurinucléées.

Si l'on compare l'ovule de *Taxus baccata* à ceux de *Ginkgo* ou de *Cephalotaxus* précédemment étudiés par l'auteur [([9]) et ([12])], on lui reconnaîtra plusieurs caractères qu'on peut interpréter, à la suite de Mangenot ([13]), comme des manifestations d'évolution par néoténie : la taille relativement réduite de l'ovule et le prothalle ♀ paucicellulaire au moment de la fécondation, les archégones rudimentaires ne dépassant pas le stade de la cellule centrale témoignent d'une sexualisation relativement précoce de l'organe reproducteur ♀. Cette tendance est plus accentuée chez les Angiospermes, dont l'ovule et le gamétophyte ♀ sont très réduits au moment de la fécondation. La réduction est poussée à l'extrême dans le règne animal où c'est l'équivalent d'une cellule-mère de mégaspore, l'ovocyte, qui est sexualisé et reçoit le spermatozoïde.

([1]) *Ber. Deutsch. Bot. Gesell.*, 9, 1891, p. 280-286.

([2]) *Ueber das Verhalten des Pollens und die Befruchtungsvorgänge bei den Gymnosmen*, Iena, 1892.

(3) *Flora*, **86**, 1899, p. 241-288.
(4) *Bot. Gaz.*, **64**, 1917, p. 115-136.
(5) *Gymnosperms, structure and evolution*, Chicago, 1935, p. 319.
(6) *Ann. Bot.*, **50**, 1936, p. 519.
(7) *Bull. Torrey Club*, **75**, p. 147-165 et 469-485.
(8) *Plant embryology*, 1950, Waltham Mass., U. S. A., p. 74-78.
(9) *Rev. de Cyt. et Biol. Végét.*, **17**, 1956, p. 37-38.
(10) *Embryogenesis in Plants*, 1955, Methuen, éd., p. 210.
(11) *Lloydia*, **6**, 1943, p. 109-132.
(12) *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 1349.
(13) *Cours de Biologie végétale*, 1957.

(*Laboratoire de la Chaire de Biologie végétale de la Faculté des Sciences.*)

ZOOLOGIE. — *Sur la formation du régénérat au cours de la stolonisation chez* Trypanosyllis zebra *Grube* (*Annélide Polychète*). Note de M. **Maurice Durchon**, présentée par M. Louis Fage.

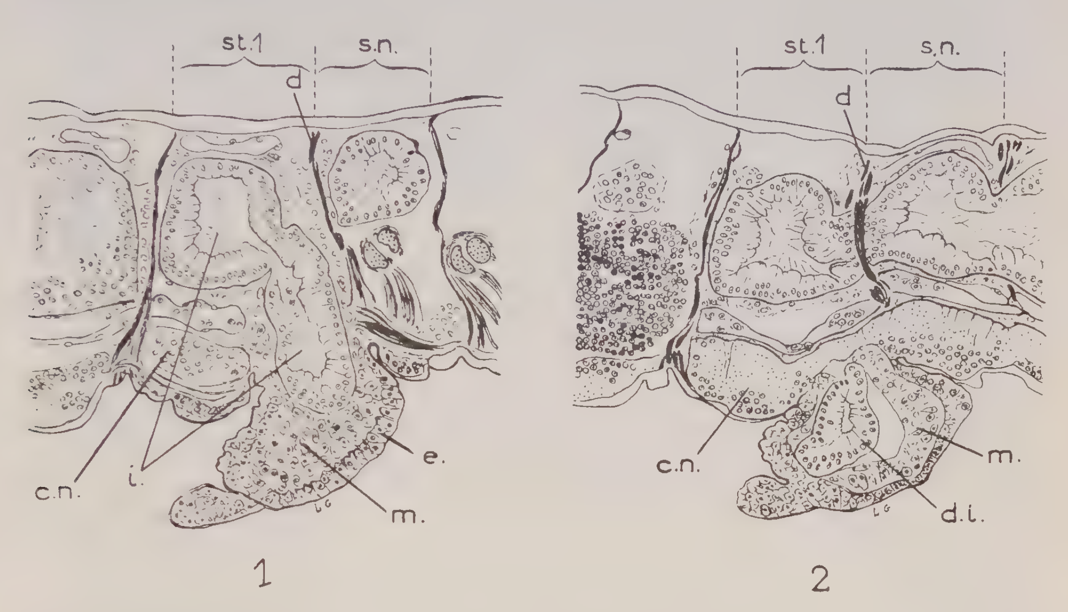
*Trypanosyllis zebra* Grube est l'une des espèces de Syllidiens qui présentent une régénération concomitante de la stolonisation. Après apparition des produits génitaux dans les segments postérieurs qui constitueront le stolon, une tête se différencie progressivement sur le premier métamère stolonial; de type tétraglène, elle comporte deux paires d'yeux, une ventrale, l'autre dorsale. Corrélativement à la formation de la tête du stolon et immédiatement devant celle-ci, apparaît très tôt un bourrelet qui est l'ébauche d'une régénération de la partie antérieure asexuée ou souche. Pendant la différenciation du stolon le régénérat se développe et compte de 15 à 20 segments au moment de la séparation entre souche et stolon.

Il est communément admis que ce régénérat est formé par le dernier segment de la souche. Une étude histologique pratiquée sur de nombreux individus de *T. zebra*, des deux sexes, à divers stades de la stolonisation, nous a permis de constater que le régénérat se forme, en fait, à partir du segment céphalique du stolon.

Au moment où les yeux ventraux du stolon commencent leur différenciation, des cellules mésodermiques, de type néoblastique, se groupent de chaque côté de la chaîne nerveuse, derrière le dissépiment séparant la tête du stolon du dernier segment de la souche. En même temps, au même endroit, deux mamelons apparaissent par prolifération ectodermique, cependant que se développent, sur l'intestin, deux diverticules latéraux à croissance antéroventrale.

Les mamelons ectodermiques confluent médianement pour donner une formation impaire, ébauche du régénérat. Ce dernier est rapidement envahi par les éléments mésodermiques et les diverticules intestinaux (*fig.* 1 et 2).

Au fur et à mesure de l'allongement du bourgeon pygidial, les cellules mésodermiques qui se divisent activement édifient la musculature et les dissépiments. L'intestin présente, primitivement, une cloison médiane formée par l'accolement des deux diverticules. Secondairement ce septum médian disparaît.




Coupes longitudinales effectuées dans un individu de *Trypanosyllis zebra* Grube en stolonisation. 1, coupe au niveau du diverticule intestinal; 2 au niveau de la chaîne nerveuse. st. l., segment céphalique du stolon; s. n., dernier segment de la souche; c. n., chaîne nerveuse; d., dissépiment; d. i., diverticule intestinal; e., ectoderme; i., intestin; m., mésoderme.

Pendant que le régénérat subit sa croissance la tête du stolon se différencie. Un étranglement s'effectue devant les yeux et, à cet endroit, un nouveau dissépiment se forme. De direction oblique, il prend naissance dorsalement derrière le dernier dissépiment de la souche; il passe en arrière des diverticules intestinaux et aboutit, ventralement, devant les yeux ventraux du stolon. Un nouveau segment vient donc se former : il se différencie dans la partie antérieure du métamère céphalique du stolon et assure la réunion entre souche et régénérat.

Ce type de stolonisation avec bourgeonnement pygidial se retrouve chez d'autres espèces. C'est le cas de *Syllis vittata* Grube. Chez ce Syllidien les processus organo-formateurs du régénérat sont plus longs; le bourgeon conserve plus longtemps sa structure paire, les deux ébauches, droite et gauche, se réunissant plus tardivement que chez *T. zebra*. Elles ont, comme nous avons pu nous en assurer, la même origine et apparaissent derrière le dissépiment séparant la tête du stolon du dernier segment de la souche.

Ce mode de stolonisation est comparable à la scissiparité de certains

Oligochètes *Ælosomatidæ* (¹). Chez ces derniers, en effet, un segment peut se diviser inégalement en une région antérieure, plus petite, qui édifie le pygidium du ver antérieur, et une zone postérieure, plus longue, qui différencie la tête du Zoide postérieur.

La formation de ces bourgeons pygidiaux est probablement induite, chez les Syllidiens, par une rupture plus ou moins rapide de la chaîne nerveuse corrélativement à l'individualisation du cerveau dans le segment céphalique du stolon.

(¹) H. Herlant-Meewis, *Rev. Canadienne Biol.*, 9, n° 2, 1950, p. 123-148.

BIOLOGIE MARINE. — *L'apparition de granules jaunes dans les gonades d'*Echinaster sepositus *Gray de la Méditerranée.* Note de MM. **Robert Delavault** et **Guiseppe Cognetti**, présentée par M. Maurice Caullery.

Field (¹) pensait avoir observé le premier ce qu'il nommait les « yellow cells » (cellules jaunes) dans les gonades de certains Échinides. Mais Giard (²) avait déjà décrit, chez ces animaux, des concrétions brunâtres et des cellules à l'allure d'énormes vacuoles. Caullery et Siedlecki (³) attribuent pour la première fois un rôle phagocytaire à ces cellules vésiculeuses, celles-ci éliminant les éléments résiduels des lignées germinales.

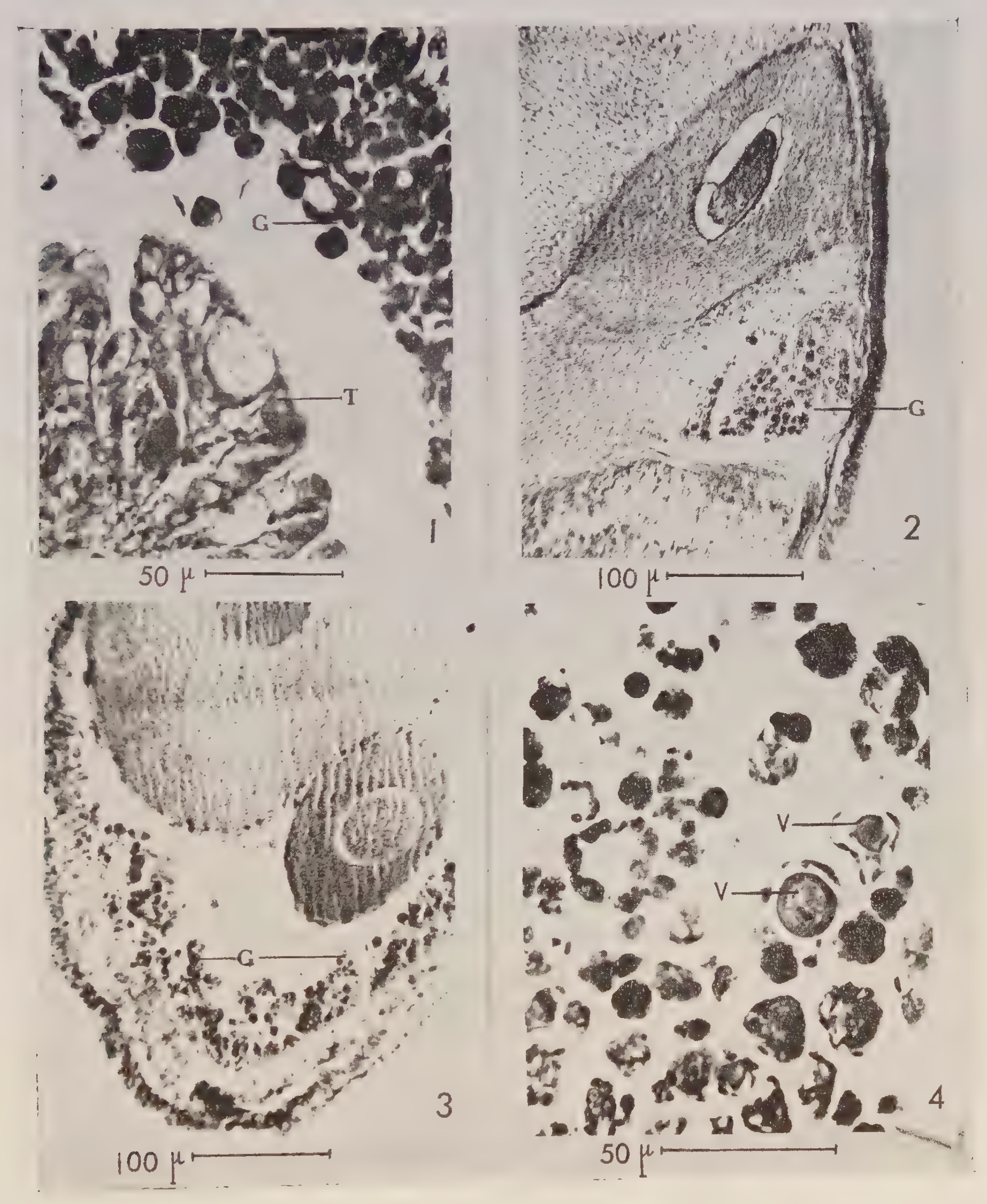
Depuis, ce phénomène est connu chez bon nombre d'Échinodermes, en particulier chez les Échinides (⁴), (⁵); chez les Astérides, Bacci (⁶) signale un tissu vésiculeux chez *Asterina gibbosa* ainsi que des amibocytes phagocytant le tissu germinal non évacué.

En étudiant la sexualité d'*Echinaster sepositus*, nous avons trouvé dans certaines gonades des éléments rappelant ceux précédemment décrits chez d'autres Échinodermes.

*Matériel.* — Nous avons eu à notre disposition 22 animaux pêchés en octobre 1957 dans la baie de Naples; en novembre nous nous sommes procuré 11 animaux provenant de Porto Torres, localité située sur la côte occidentale Nord de la Sardaigne, ainsi qu'un exemplaire vivant sur la côte de Livourne.

*Observations.* — Dans certaines gonades, on peut voir, sur coupes non colorées, des granules jaunâtres en plus ou moins grande quantité. Ces formations se teintent parfois en noir après traitement à l'hématoxyline. En outre, mais plus rarement, nous avons décelé un tissu à longues cellules. Ces deux sortes de structures sont parfois visibles ensemble dans une même coupe (photo 1). Nous avons remarqué qu'aucune formation analogue n'est décelable dans les gonades où se déroule la gamétogenèse. Par contre, les granules apparaissent dans les glandes mûres (photo 2). Ces granules

se dirigent vers la lumière de la gonade (photo 3) et finissent par l'envahir complètement; à cet instant, on observe parmi eux, dans les gonades




*Echinaster sepositus* : Coupes de gonades; 1 et 4 chez des animaux de Naples (Helly, hématoxyline) 2 et 3 chez des animaux de Porto Torres (Bouin, hématoxyline). G, granules jaunes; T, tissu « vésiculeux »; V, vésicules germinatives (?). L'échelle est donnée *sous* chaque photographie.

femelles, des formations représentant peut-être les vésicules germinatives de jeunes ovocytes non expulsés (photo 4).

Parmi les individus de la station de Naples, nous avons trouvé des granules chez deux d'entre eux; sur les 11 animaux de Porto Torres, nous en avons compté 4 qui en présentent et l'animal de Livourne semble en être dépourvu.

*Interprétations.* — L'apparition des granules jaunes succède manifestement à la gamétogenèse. La présence simultanée, dans une même gonade, de grandes cellules et de granules semble démontrer que ces cellules jouent un rôle dans l'élaboration des granules. Celle-ci doit sans doute se faire au cours de la phagocytose des gamètes non évacués, et les cellules en question doivent être ici les premiers éléments d'un tissu de remplacement, se gorgeant de granules et comblant la lumière de la gonade au fur et à mesure que les gamètes disparaissent. Pour avoir la certitude que cette interprétation est correcte, il est cependant nécessaire de poursuivre encore quelques recherches sur la structure des gonades au cours de leur phase de repos.

*Conclusion.* — Ces nouvelles observations, faites à propos d'*Echinaster sepositus* montrent que la présence de granules jaunes, au cours du repos sexuel, est fréquente chez les Échinodermes.

Quant au rôle que jouent ces granules, deux éventualités sont possibles: s'ils participent à la nutrition de la gonade [Giard (2); Russo (7), (8)], on doit les retrouver en même temps que la nouvelle poussée germinale; s'ils sont expulsés comme déchets, il serait fort intéressant de rechercher quelle peut être leur voie de sortie.

(1) *J. Morph.*, **11**, 1895, p. 236.
(2) *Comptes rendus*, **85**, 1877, p. 858.
(3) *Comptes rendus*, **136**, 1903, p. 496.
(4) *Trav. Stat. zool. Wimereux*, **9**, 1925, p. 21-35.
(5) *Traité Zool. Grassé*, **9**, 1948, p. 158, 159, 161 et *fig.* 185.
(6) *Arch. zool. ital.*, **34**, 1949, p. 55.
(7) *Boll. Accad. Giœnia Sc. Nat. Catane*, 1907, fasc. 94, p. 34-38.
(8) *Atti. Accad. Giœnia Sc. Nat. Catane*, sér. 5, **4**, 1911, Mém. **12**, 12 pages.

(*Laboratoire de Biologie animale, S. P. C. N., Paris et Institut de Biologie de l'Université de Sassari.*)

GÉNÉTIQUE. — *Contribution à l'étude de l'action génétique des rayons ultraviolets sur la Drosophile.* Note de Mme **Jacqueline Proust**, présentée par M. Antoine Lacassagne.

Il est montré que les rayons ultraviolets ne sont pas seulement des agents mutagènes, mais aussi des inducteurs d'enjambement « ovogonial ».

L'étude des effets génétiques exercés par la lumière ultraviolette sur les cellules germinales de Drosophile, se heurte à d'importantes difficultés,

en raison de son faible pouvoir de pénétration et des dégâts physiologiques qu'elle entraîne dans les cellules atteintes. Deux techniques ont été utilisées jusqu'ici :

— Reuss [1] irradie l'abdomen des ♂ comprimé entre deux lames de quartz afin d'amener les gonades près des téguments;

— Altenburg, Muller et Meyer [2] irradient le pôle germinal d'œufs déchorionés. A un certain stade du développement embryonnaire, l'œuf présente à son pôle postérieur une accumulation des cellules germinales primordiales, localisées sous la membrane vitelline.

Conseillée par M. L'Héritier, j'ai entrepris de compléter l'étude de l'action génétique des ultraviolets chez la Drosophile en utilisant une méthode différente. C'est la méthode d'implantation d'ovaire mise au point par MM. Beadle et Ephrussi. Cette méthode permet d'irradier, *in vitro*, les cellules germinales à un stade bien défini de l'ovogenèse : le stade ovogonial. La comparaison des résultats obtenus avec ceux précédemment publiés pourrait donc éventuellement permettre l'étude de l'influence du stade cellulaire sur l'activité mutagène des ultraviolets. Dans cette Note sont présentés les premiers résultats de mes recherches.

*Technique d'irradiation.* — Des larves âgées de 96 h, issues d'une souche homozygote Bar sont disséquées dans du milieu de Ringer. Les ébauches ovariennes prélevées sont placées dans une lame creuse contenant une goutte de milieu de Ringer, puis irradiées. Aussitôt après le traitement, les ébauches sont rincées dans trois bains successifs de milieu de Ringer, puis implantées dans des larves hôtes du même âge. Celles-ci sont issues d'une souche homozygote Ebony. La lampe à ultraviolets utilisée pour ces expériences, est une lampe germicide dont 80 à 90 % de l'énergie émise correspond à la longueur d'onde 2 537 Å qui est voisine du maximum d'absorption des acides désoxyribonucléiques. Je fais varier la dose en agissant sur le temps d'exposition, le débit restant constant.

Dans la réalisation de ces expériences il faut tenir compte du phénomène de la photoréactivation découvert par Kelner [3] et par Dulbecco [4]. Certaines longueurs d'ondes de la lumière visible, comprises entre 4 000 et 5 000 Å diminuent notablement et dans certains cas réduisent les effets produits par les ultraviolets, quand elles sont utilisées à titre de post-traitement. J'ai pu d'ailleurs vérifier la réalité de ce phénomène au cours d'expériences préliminaires.

*Toutes les manipulations effectuées après traitements aux ultraviolets ont été dès lors exécutées en lumière rouge.*

Le pourcentage de réussite de l'implantation d'ovaire oscille entre 25 et 35 %. Il dépend d'ailleurs de la souche hôte employée et surtout de la dose d'ultraviolets absorbée par les cellules germinales. C'est ainsi qu'avec une dose forte de 4 260 ergs/mm², je n'ai obtenu que 8 % d'ovaires implantés

fertiles, avec un nombre moyen de descendants par ovaire réduit à 3, tandis qu'avec une dose trois fois plus faible, j'ai obtenu 23 % d'ovaires fertiles avec un nombre moyen de 22 descendants. L'irradiation exerce donc une action destructrice extrêmement forte sur les ovogonies.

*Plan des croisements.* — Les premières expériences réalisées étaient destinées à déterminer le taux de production de létaux récessifs liés au sexe, ceci dans le double but d'analyser la forme de la relation fréquence de mutation/dose et de déterminer les doses utilisables. J'ai été amenée à effectuer les croisements suivants : les ♀ Ebony susceptibles de posséder un ovaire Bar implanté fertile, sont croisées individuellement à deux ♂ homozygotes pour le gène Ebony et dont le chromosome X est du type Muller 5. On sait que le chromosome $sc^{S1}$ B In S $w^{a}$ $sc^{8}$, dit Muller 5, porte les marqueurs Bar et apricot et possède des inversions qui inhibent totalement l'enjambement chez les ♀.

En $F_1$, on obtient, dans le cas où l'ovaire implanté est fonctionnel, des ♀ hétérozygotes Bar-Muller 5 et des ♂ Bar, mêlés à la descendance de l'ovaire Ebony. Grâce à ce dernier marqueur, la détection des ♀ à double descendance est exécutée très rapidement. Toutes les ♀ Bar-Muller 5 sont croisées vierges individuellement à deux ♂ Muller 5.

En $F_2$, la présence d'un létal récessif lié au sexe se manifeste dans la descendance par l'absence des ♂ Bar non Apricot. La production éventuelle d'une mutation visible sera détectée par l'examen de ces mêmes ♂.

*Résultats.* — Après l'application d'une dose de 1 420 ergs/mm², j'ai trouvé 22 létaux récessifs, répartis en 9 clônes différents. Les chromosomes éprouvés au nombre de 1 064, provenaient de 72 ovaires Bar fertiles. Ceci correspond donc à un pourcentage de mutation de 2,1 %. La répartition clônale des létaux confirme qu'ils ont bien été induits par l'irradiation. Une mutation génique produite dans un chromosome d'une ovogonie doit, en effet, donner naissance à un clône de gamètes mutées. Je n'ai pas observé de mutations visibles.

Un fait surprenant et inattendu a été l'apparition en $F_1$ de 12 ♂ Muller 5 non Ebony, parmi 1 275 ♂ obtenus, soit un pourcentage de 0,9 %.

J'ai croisé ces ♂ individuellement à deux ♀ Muller 5, les croisements sont restés stériles. Ces ♂ Muller 5 exceptionnels forment deux clônes : un premier clône de 9 représente la totalité de la descendance d'un ovaire irradié, un second clône de 3 est apparu conjointement avec 12 ♂ Bar et 21 ♀ de phénotype Bar. L'analyse de la descendance de ces 21 ♀ montre qu'elles ne possèdent pas de létaux récessifs induits, mais deux d'entre elles ont fourni 100 % de non disjonction et se sont comportées comme des ♀ à X attachés.

Parallèlement, j'ai effectué une série d'expériences témoins dans le but

de déterminer la mutabilité spontanée de la souche Bar utilisée et la fréquence chez elle des non disjonctions spontanées du chromosome X.

Sur 1 805 chromosomes éprouvés, j'ai trouvé 5 létaux récessifs, soit un pourcentage de 0,27 %. La distribution de ces létaux n'est nullement clònale. Un test d'homogénéité indique que la différence entre les deux pourcentages de mutation est *hautement significative* ($\chi^2 = 23$ avec un degré de liberté). D'autre part, aucun ♂ Muller 5 n'est apparu dans l'expérience témoin, parmi 28 811 ♂ $F_1$ examinés.

Quelle peut être l'interprétation de l'apparition des ♂ Muller 5 exceptionnels ? L'absence du caractère Ebony permet sans ambiguïté de les considérer comme des descendants de l'ovaire irradié. D'autre part, ils sont stériles, ils ne possèdent donc probablement pas de chromosome Y complet. Étant groupés en clônes, ils ne peuvent cependant résulter d'une non disjonction du type habituel, intervenue au moment de la méiose. L'apparition de ces ♂ pourrait alors être la conséquence de la formation d'X attachés, à la suite d'un enjambement situé dans la région de l'hétérochromatine, cet événement ayant lieu au stade ovogonial. Les deux ♀ qui présentaient 100 % de non disjonction, pourraient avoir la même origine. Un point reste obscur, c'est que parmi les individus exceptionnels, il y ait beaucoup plus de ♂ que de ♀. La différence n'est probablement pas due au hasard ($\chi^2 = 10$ avec $n = 1$). Peut-être se produit-il une élimination préférentielle des X attachés dans les globules polaires au moment des divisions de la maturation de l'œuf ? Les faits rapportés ici montrent en tout cas, nettement, qu'à côté de leur activité mutagène, s'exprimant par la production de létaux récessifs, les rayons ultraviolets induisent dans les ovogonies des événements génétiques d'une autre nature correspondant probablement à des enjambements somatiques. Ce résultat rejoint les observations de H. U. Meyer [5]. Cet auteur constate, en effet, l'induction d'enjambement chez les ♂ après irradiation ultraviolette du pôle germinal de l'œuf de la Drosophile. La distribution des recombinants indique que leur origine est antérieure à la méiose. Il paraît donc intéressant de poursuivre les recherches entreprises en tentant d'analyser d'une manière plus approfondie les événements qui conduisent à l'apparition de cette non disjonction à distribution clônale.

(1) A. Reuss, *Z. Indukt. Anstamm u Vererbungslehre*, 70, 1935, p. 523.

(2) H. J. Muller, E. Altenburg, H. U. Meyer, N. Emondson et L. Altenburg, *Heredity*, 8, 1954, p. 158.

(3) A. J. Kelner, *Gen. Physiol.*, 34, 1051, p. 835.

(4) J. Dulbecco, *Bacteriol.*, 59, 1950, p. 329.

(5) H. U. Meyer, *Genetics*, 39, 1954, p. 982.

RADIOBIOLOGIE. — *La greffe bréphoplastique de la rate sous la capsule du rein de souris normales et irradiées.* Note de M. **Raoul-Michel May** et M^lle **Marie-Jeanne Thillard**, présentée par M. Antoine Lacassagne.

Parmi les tentatives de traitements biologiques des radiolésions, il en est une qui fait appel aux implantations de tissus spléniques (1).

Mais la valeur bénéfique du tissu splénique chez les animaux irradiés n'a pas été confirmée par d'autres chercheurs (2).

Pour essayer de concilier ces résultats contradictoires, nous avons mis au point une technique de greffe bréphoplastique de la rate sous la capsule du rein. Cette technique donne, dans environ la moitié des cas, une croissance du greffon qui se traduit, plusieurs semaines après l'implantation, par la présence d'un transplant splénique de grandes dimensions et avec une structure histologique qui est celle d'une rate normale.

Deux souris albinos mâles ou femelles de même lignée, pesant de 16 à 20 g, sont irradiées sous 70 kV et 3 mA pendant des temps variant de 15 mn pour 950 r à 16 mn pour 1000 r. Ces doses, en effet, tout en provoquant une baisse notable des hématies, permettent une survie partielle des souris. Sitôt après l'irradiation une des deux souris reçoit une rate de souriceau nouveau-né sous la capsule du rein.

Des numérations globulaires sont faites sur les souris, avant leur irradiation, puis 1, 2, 3 et 4 semaines après celle-ci. Les souris qui ne sont pas mortes 1 mois, ou parfois 2 mois, après la greffe bréphoplastique de rate, sont sacrifiées après pesée. Le rein porte-greffe et la rate autochtone sont prélevés.

La splénectomie préalable à la greffe bréphoplastique de rate n'augmente pas le nombre des reprises. En effet, sur 19 souris splénectomisées et greffées, il y a eu huit cas positifs, environ 3 semaines après l'opération. Par contre, sur 21 souris non splénectomisées, il y a eu neuf reprises du greffon.

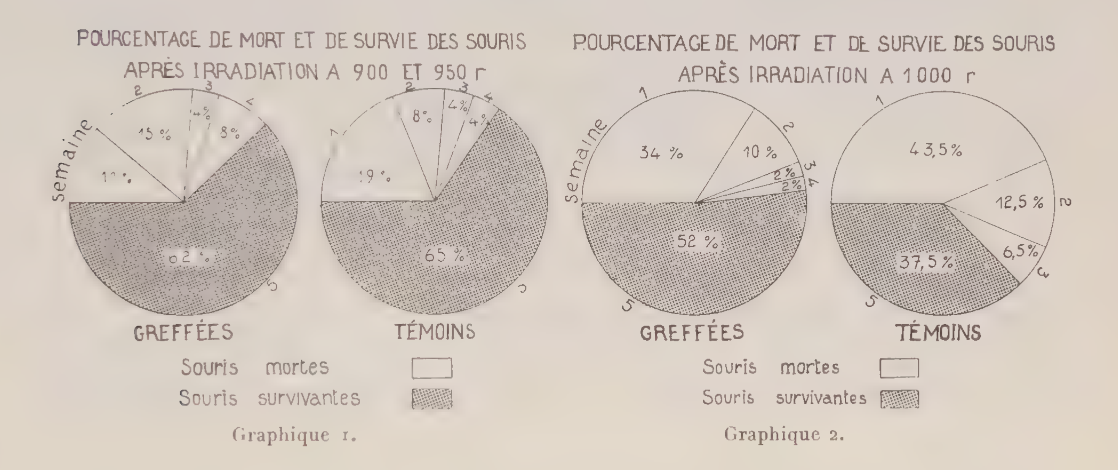
Au sacrifice 1 et 2 mois après la greffe, lorsque le greffon a pris, il est souvent de très grande taille, arrivant parfois à dépasser celle du rein porte-greffe. On peut y observer le beau développement des corpuscules de Malpighi et la riche vascularisation des implants. Les rates de souriceaux nouveau-nés croissent tout aussi bien sous la capsule du rein de souris irradiées que chez des animaux ne l'ayant pas été. Un seul élément différentiel a frappé notre attention : c'est celui des mégacaryocytes.

Les différences que nous avons trouvées dans le nombre des mégacaryocytes par champ × 77 sont frappantes entre les rates autochtones de souris normales (1,6) et irradiées (4,8), et entre les greffons spléniques

chez des souris splénectomisées (0,6), non splénectomisées normales (3,2), ou irradiées (3,9). Il est curieux de constater que la splénectomie n'a plus le même effet sur la pauvreté du nombre des mégacaryocytes lorsque le greffon se trouve chez des souris irradiées (4,2). Nous ne saurions donner à l'heure actuelle une explication de ce résultat.

En ce qui concerne la protection contre les radiations, si la rate greffée devait avoir un effet bénéfique, cet effet se ferait sentir : 1° sur un taux plus élevé de survie; 2° sur une remontée plus rapide et plus complète du nombre des hématies et des leucocytes.

L'étude des graphiques 1 et 2 nous montre que les résultats ne sont pas opposables entre les souris simplement irradiées à 900, 948 ou 1000 r, et les souris irradiées avec les mêmes doses, mais porteuses d'un greffon de rate, que le greffon ait pris ou qu'il se soit dégradé.




Graphique 1.

Graphique 2.

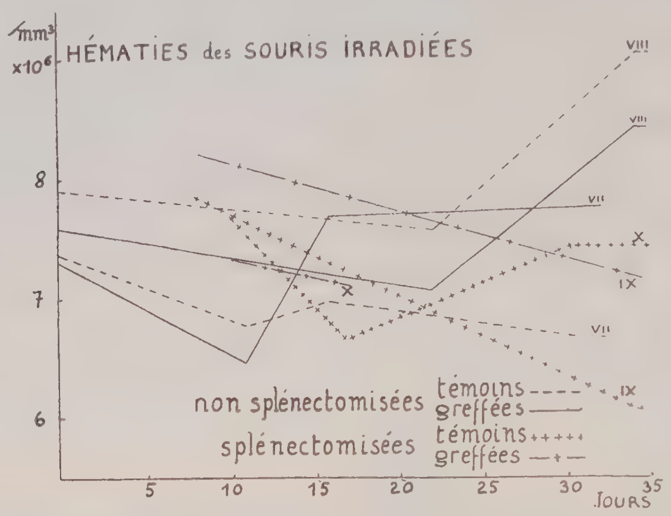
Le graphique 1 nous montre que l'analyse de 26 souris simplement irradiées à 900 et 948 r et de 26 autres qui, de plus, ont reçu une greffe de rate, donne des nomogrammes qui sont à peu de chose près semblables, le pourcentage de survivants étant de 65 % pour les témoins, 68 % pour les greffées.

Le graphique 2 nous donne les résultats lorsque 66 souris sont irradiées à 1000 r. Ici encore il y a peu de différence dans le pourcentage de mort et de survie entre les souris simplement irradiées et celles qui ont reçu en plus une greffe sous-capsulaire de rate. Davantage de témoins meurent pendant la première semaine (44 % contre 34 % de greffées), mais il en reste suffisamment à la fin de la cinquième semaine pour que la différence ne nous semble pas significative (37 % contre 52 % de greffées).

Chez les souris splénectomisées, le greffon sous-capsulaire n'a pas eu d'effet bénéfique.

*En résumé*, les 22 greffons qui ont bien pris et les 20 greffons qui se sont

dégradés n'ont pas eu d'effet bénéfique sur les souris comparées aux souris témoins irradiées et non greffées. Par ailleurs, la chute et la remontée des hématies est à peu près semblable chez les souris irradiées et greffées et chez les souris simplement irradiées (graphique 3).




Graphique 3. — Moyennes des séries VII et IX, 900 r; VIII et X, 948 r (quatre souris greffées et quatre témoins par série).

Nous concluons que la greffe bréphoplastique de rate sous la capsule du rein, même lorsqu'elle aboutit à l'organisation d'une très belle rate adulte, ne protège pas les souris contre les suites néfastes de l'irradiation.

(1) L. O. Jacobson et coll., *J. Lab. and Clin. Med.*, 34, 1949, p. 1538; *Science*, 113, 1951, p. 510; *J. Lab. and Clin. Med.*, 37, 1951, p. 683; L. J. Cole et coll., *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 80, 1952, p. 111; *Amer. J. Physiol.*, 173, 1953 *a*, p. 487; *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 39, 1953 *b*, p. 759; D. W. H. Barnes et M. R. C. Loutit, *Proc. Roy. Soc. Med.*, 46, 1953, p. 251; J. B. Storer, *A. E. C. U., U. S. Atom. Energ. Com.* 2095, Los Alamos Lab., 1952, 13 p.; B. R. Allen, H. G. Wardell et M. Clay, *Science*, 123, 1956, p. 1080.

(2) G. Rudali, F. Patti et P. Bonnet-Maury, *C. R. Soc. Biol.*, 148, 1954, p. 212; R. M. May et N. Arpiarian, *J. Physiol.*, 47, 1955, p. 238.

*(Laboratoire de Biologie animale, Pavillon Curie, Faculté des Sciences, Paris.)*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Métabolisme des pigments chlorophylliens chez le Tabac.* Note (*) de MM. **Jacques Duranton, Jean-Michel Galmiche** et **Eugène Roux**, présentée par M. Maurice Lemoigne.

On connaît depuis les travaux de Shemin (1) le rôle de précurseur joué par l'acide δ-aminolévulique dans la synthèse des noyaux pyrrols cons-

titutifs des composés tétrapyrroliques qu'on rencontre chez les organismes vivants, aussi bien dans le règne animal que dans le règne végétal.

Afin de faire un choix entre les différentes hypothèses émises au sujet de la synthèse des chlorophylles *a* et *b* et leur éventuelle interdépendance, les expériences suivantes ont été réalisées :

Neuf plants de tabac placés tout au long de l'expérience dans des conditions d'éclairement solaire normal, ont absorbé pendant 12 h, par nutrition pétiolaire, chacun 10 ml d'une solution à 10 μg/ml d'acide δ-aminolévulique marqué au $^{14}C$ sur le carbone cétonique et l'on a mesuré pendant les 20 jours suivant l'absorption la radioactivité présente dans la chlorophylle *a*, la chlorophylle *b* et le protoplasme, en prélevant tous les 2 jours, à l'emporte-pièce, des surfaces égales sur trois mêmes feuilles adultes de chaque plante, chaque prélèvement correspondant au 1/100$^e$ de la surface totale de la feuille.

Dans ces conditions, la prise d'essai contient au départ, 400 μg de chlorophylle *a* et 150 μg de chlorophylle *b*, tandis que la quantité d'acide δ-aminolévulique marqué fournie en excès par la nutrition pétiolaire entraîne une synthèse de chlorophylle correspondant à 5 % de la chlorophylle totale.

Chaque prélèvement est broyé au mortier dans un tampon à pH 7; les éléments figurés séparés par centrifugation à 25 000 g sont traités par l'acétone afin d'en extraire les différents pigments et ces derniers une fois repris par l'éther de pétrole sont séparés par chromatographie sur colonne de poudre de cellulose.

On élue alors les carotènes par de l'éther de pétrole pur, puis les xantophylles par de l'éther de pétrole contenant 4 % d'acétone, ensuite la chlorophylle *a* par de l'éther de pétrole à 6 % d'acétone et enfin la chlorophylle *b* par de l'éther de pétrole à 8 % d'acétone.

Les résultats obtenus se traduisent par les courbes ci-après.

Il apparaît donc que :

1° L'acide δ-aminolévulique donne, à la lumière, très rapidement naissance aux noyaux tétrapyrroliques des chlorophylles *a* et *b*. A l'obscurité, au contraire, on doit souligner que, chez des plantes vertes adultes, la radioactivité provenant du carbone cétonique de l'acide δ-aminolévulique se retrouve dans un pigment qui ne passe pas de l'acétone aqueux dans l'éther de pétrole, mais qui est soluble dans l'éther sulfurique et dont le spectre d'absorption est identique à celui de la protochlorophylle *a*. Nous n'avons pas trouvé de protochlorophylle *b*.

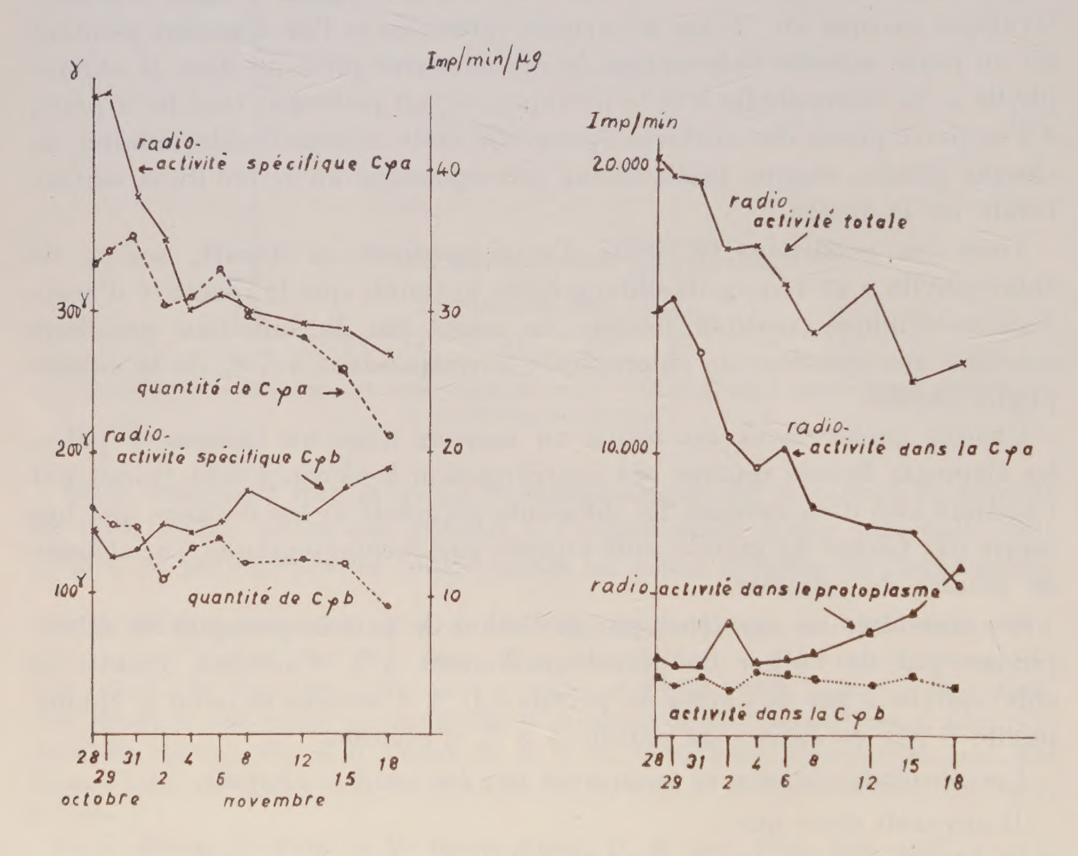
2° Au début de l'expérience la radioactivité spécifique de la chlorophylle *a* est trois fois plus importante que celle de la chlorophylle *b*. Par la

suite, le rapport

$$\frac{\text{radioactivité spécifique chlorophylle } a}{\text{radioactivité spécifique chlorophylle } b}$$

diminue régulièrement, la radioactivité spécifique de la chlorophylle *b* restant à peu près constante.

3° La diminution de la radioactivité spécifique de la chlorophylle *a* se produit surtout au cours des dix premiers jours de l'expérience. Pendant cette période, les teneurs en chlorophylle *a* et *b* ne varient que très peu




et l'on ne retrouve pas alors dans la chlorophylle *b* une augmentation de radioactivité totale correspondant à la baisse de la radioactivité totale de la chlorophylle *a*. Cette baisse s'accompagne, par contre, d'une diminution importante de la radioactivité totale de la prise d'essai. Il ne semble donc pas que la destruction du noyau tétrapyrrolique de la chlorophylle *a* nécessite le passage préalable sous forme de chlorophylle *b* de toute la chlorophylle *a* qui a disparu. Ceci n'exclut cependant pas la possibilité de la transformation en chlorophylle *b* d'un très faible pourcentage des molécules de chlorophylle *a* qui disparaissent. Cette transformation se faisant, soit directement, soit par l'intermédiaire des produits de dégra-

dation de la chlorophylle *a*. Les produits de décomposition du noyau tétrapyrrolique de la chlorophylle *a* pendant ces dix premiers jours de l'expérience doivent donc, soit être entraînés vers d'autres parties de la plante, soit être utilisés dans la respiration. Au cours des dix jours suivants, au contraire, les produits de décomposition du noyau tétrapyrrolique de la chlorophylle *a* se retrouvent en majeure partie dans le protoplasme sous forme de substances fortement fixées par les résines anioniques.

Une étude ultérieure précisera la nature de ces produits de dégradation.

(*) Séance du 3 février 1958.

(1) D. Shemin, *Actes de la Conférence Internationale de Genève*, 12, 1955, p. 487.

(*Service de Biologie, C.E.N., Saclay.*)

A 15 h 45 m l'Académie se forme en Comité secret.

---

## COMITÉ SECRET.

Sur la proposition de la **Commission du maintien de la langue française dans les Assemblées internationales**, l'Académie adopte le vœu suivant qui sera transmis au Gouvernement :

« L'Académie des Sciences,

« soucieuse de voir la langue française garder sa place dans le monde,

« inquiète des tentatives qui, çà et là, s'efforçant d'en réduire l'importance ou la diffusion, entendent transférer à une autre langue une exclusive primauté dans l'expression scientifique,

« considérant :

« que le français doit conserver sa position en raison non seulement de celle qu'il a eue, mais du renouveau qu'il connaît actuellement en de nombreux pays, de ses qualités intrinsèques, et parce qu'il correspond à une expression traditionnelle de la pensée,

« appelle l'attention du Gouvernement français sur la nécessité :

« d'exiger des chargés de mission et des délégués français aux manifestations culturelles internationales qu'ils utilisent leur langue maternelle,

« de demander aux Unions, Associations et Congrès scientifiques internationaux qu'ils admettent effectivement que la langue française fasse foi ou du moins soit adoptée au même titre que l'anglais, qu'ils inscrivent notamment les abréviations à la fois dans les deux langues, que l'une ou l'autre de celles-ci ne soit pas, seule, exigée pour les présentations de Notes ou leur publication, et qu'éventuellement la participation de la France à ceux des organismes internationaux qui s'y refuseraient soit réservée jusqu'à ce que satisfaction soit donnée à cette exigence justifiée. »

La séance est levée à 16 h 15 m.

L. B.